

THÈSES

présentées à la

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE NANCY

pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS-SCIENCES PHYSIQUES

par

Robert HAUG

Attaché de recherches au C.N.R.S.

PREMIERE THESE : ETUDE ET RÉALISATION D'UN TRACEUR AUTOMATIQUE
DE LIGNES ISOGRADIENTES DANS UNE CUVE
RHÉOGRAPHIQUE.

DEUXIÈME THESE : PROPOSITION DONNÉE PAR LA FACULTÉ : ETUDE DE
LA PROPAGATION DES ONDES CENTIMÉTRIQUES DANS
LES DIÉLECTRIQUES ENTOURANT LES FILS.

Soutenues le Février 1963, devant la Commission d'Examen

Président . : M. BARRIOL

Examineurs : { MM. GUILLIEN
FRUHLING



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41547403_0003

THÈSES

présentées à la

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE NANCY

pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS-SCIENCES PHYSIQUES

par

Robert HAUG

Attaché de recherches au C.N.R.S.

PREMIERE THESE : ETUDE ET RÉALISATION D'UN TRACEUR AUTOMATIQUE DE LIGNES ISOGRADIENTES DANS UNE CUVE RHÉOGRAPHIQUE.

DEUXIÈME THESE : PROPOSITION DONNÉE PAR LA FACULTÉ : ETUDE DE LA PROPAGATION DES ONDES CENTIMÉTRIQUES DANS LES DIÉLECTRIQUES ENTOURANT LES FILS.

Soutenues le Février 1963, devant la Commission d'Examen

Président . : M. BARRIOL

Examineurs : { MM. GUILLIEN
FRUHLING

THÈSES

présentées à la

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE NANCY

pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS-SCIENCES PHYSIQUES

par

Roberte HAUG

Née le 10/05/1925 à NANCY



PREMIERE THESE : ETUDE ET RÉALISATION D'UN TRACÉUR AUTOMATIQUE
DE LIGNES ISOGRADENTES DANS UNE CUVE
RHÉOGRAPHIQUE

DEUXIEME THESE : PROPOSITION DONNÉE PAR LA FACULTÉ : ETUDE DE
LA PROPAGATION DES ONDES CENTRÉTIQUES DANS
LES DIÉLECTRIQUES ENTOURANT LES FILS.

Soutenue le 10 Février 1963, devant la Commission d'Examen

Président : M. BARRIOL
Examinateurs : MM. GUILLEN
FRUHLING

Nous dédions ce travail à toutes les personnes
qui ont contribué à sa réalisation.

Qu'elles soient ainsi assurées de notre gratitude.

Doyen : M. ROUBAULT1° Assesseur : M. AUBRY2° Assesseur : M. VEILLETDoyens honoraires : MM. CORNUBERT - DELSARTE - URION

Professeur honoraires : MM. GUTTON - CROZE - RAYBAUD - LAFFITTE
 LERAY - JOLY - LAPORTE - EICHHORN - CAPELLE - GODEMENT - DUBREIL -
 L. SCHWARTZ - DIEUDONNE - de MALLEMANN - LONGCHAMBON - LETORT - DODE
 GAUTHIER - GOUDET - OLMER - CORNUBERT - CHAPELLE - GUERIN - CHEVALLIER.

Maîtres de Conférences honoraires : MM. RAUX - LIENHART.PROFESSEURS

MM.			
URION	Chimie biologique	HILLY	Géologie
DELSARTE	Analyse supérieure	LE GOFF	Génie chimique
ROUBAULT	Géologie	CHAPON	Chimie biologique
VEILLET	Biologie animale	HEROLD	Chimie industrielle
ECHEVIN	Botanique	SCHWARTZ	Exploit. minière
BARRIOL	Chimie théorique	GAYET	Physiologie
BIZETTE	Physique	MANGENOT	Phytopathologie
GUILLIEN	Electronique	MALAPRADE	Chimie
GIBERT	Chimie Physique	HADNI	Physique
HERVE	Calcul dif. et intég.	DELAMARE DEBOUTTEVILLE	Zoologie
LEGRAS	Mécanique rationnelle	BONVALET	Mécanique physique
DAVID	Chimie organique	Mme ROIZEN	Physique
BOLFA	Minéralogie	KERN	Minéralogie
NICLAUSE	Chimie	BASTICK	Chimie
FAIVRE	Physique appliquée	DUCHAUFOR	Pédologie
AUBRY	Chimie minérale	NEEL	Chimie ind. organique
DUVAL	Chimie	GARNIER	Agronomie
COPPENS	Radiogéologie	WEPPE	Minéralogie appliquée
FRUHLING	Physique	BERNARD	Géologie appliquée

MAITRES DE CONFERENCES

MM			
WERNER	Botanique	Mme BASTICK	Chimie M. P. C. (Epinal)
REGNIER	Physico-chimie	GUDEFIN	Physique
CONDE	Zoologie	HORN	Physique
GOSSE	Génie chimique	CERF	Mathématiques générales
CHAMPIER	Physique	FRENTZ	Biologie animale
GAY	Chimie biologique	Mme HERVE	Math. (propédeutiques)
ROCCI	Géologie	AUROUZE	Géologie
VUILLAUME	Psychophysiologie	FELDEN	Physique M. P. C. (Epinal)
PLAN	Mécanique physique	N.	Phys. théor. et nucl.

CHARGES D'ENSEIGNEMENT

MM.			
MARI	Chimie (ISIN)	DEVIOT	Physique du solide
LAFON	Physique (ISIN)	DEPAIX	Mathématiques
EYMARD	Math. (propédeutique)	Melle HUET	Analyse supérieure
DANYSZ	Mécanique physique (ISIN)		

Secrétaire Principal : M. CARON

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION

PREMIERE PARTIE

ANALOGIE RHEOELECTRIQUE	14
CHAPITRE PREMIER	—
<u>Principe</u>	—
I-1. Equations générales	—
I-2. Conditions aux limites	15
CHAPITRE II	16
<u>Lignes équipotentiellles et isométriques</u>	—
II-1. Potentiel	—
II-2. Lignes équipotentiellles	17
II-3. Gradient	—
II-4. Lignes isogradientes	19
II-5. Généralisation - Lignes isométriques	—
CHAPITRE III	—
<u>Cuve rhéographique</u>	—
III-1 Dispositif mécanique	—
III-1.1. Bac à électrolyte	20
III-1.2. Ensemble mobile	—
III-2 Dispositif électrique	21
III-2.1. Générateur pilote	—
III-2.1.1. Fréquence	—
III-2.1.2. Tension de sortie	22
III-2.1.3. Description	—
III-2.2. Alimentation de la cuve	24
III-2.2.1. Tension imposée	—
III-2.2.2. Courant imposé	25
III-2.3. Dispositif de mesure	26
III-2.3.1. Amplificateur d'isolement	27
III-2.3.2. Transformateurs à écrans	28
III-2.4. Amplification du signal d'erreur	29
III-2.4.1. Limiteur d'amplitude	30
III-2.4.2. Déphaseur	—
III-2.4.3. Amplificateur sélectif	31
III-2.4.4. Amplificateur apériodique à gain réglable.	32

CHAPITRE IV	33
<u>Limites physiques de la précision de l'analogie</u>	—
IV-1. Mesure du potentiel	—
IV-2. Mesure du gradient	34
IV-2.1. Erreur d'orientation du porte-sondes	—
IV-2.2. Erreur due à la distance finie des sondes	—
IV-3. Sondes	35
IV-4. Electrolyte	36
IV-5. Polarisation des électrodes	37
IV-5.1. Description du phénomène	—
IV-5.2. Nouvelle définition du potentiel	39
IV-5.3. Nouvelle définition du gradient	—
IV-6. Compensateur des effets de la polarisation	40
IV-6.1. Principe	—
IV-6.2. Description	44
IV-6.2.1. Potentiomètre de mesure	—
IV-6.2.2. Additionneur	45
IV-6.2.3. Déphaseur	46
IV-6.2.4. Démodulateur et filtre	47
IV-6.2.5. Modulateur	49
IV-6.2.6. Amplificateurs opérationnels	—

DEUXIEME PARTIE

SERVOMECHANISMES POUR CUVES RHEOGRAPHIQUES AUTOMATIQUES	51
CHAPITRE PREMIER	—
<u>Principe</u>	—
I-1. Introduction	—
I-2. Tracé des lignes équipotentiellés quasi-rectilignes	—
I-3. Tracé des lignes équipotentiellés fermées	52
I-3.1. Procédés à commutation	—
I-3.2. Procédés continus	53
I-3.2.1. Transformateur de coordonnées	—
I-3.2.2. Servo-orienteur du transformateur de coordonnées	54
I-3.2.3. Ensemble complet traceur de lignes équipotentiellés à deux sondes.	55
I-4. Application aux lignes isométriques du traceur à deux informations d'erreur	56

I-5.	Nouveau principe de tracé à une seule information d'erreur	57
I-5.1.	Retour sur le régime permanent du traceur à une information d'erreur	—
I-5.2.	Synthèse du traceur à une seule information	59
I-5.3.	Traceur de lignes isométriques à une information	60
I-5.4.	Traceur de lignes isogradientes à une information	—
I-5.4.1.	Système de mesure de gradient	61
I-5.4.2.	Servomécanismes de tracé proprement dits	—

CHAPITRE II

Etude du traceur de lignes isogradientes

II-1.	Eléments fondamentaux de traceurs automatiques	62
II-1.1.	Servotranslateur	—
II-1.1.1.	Amortissement	—
II-1.1.2.	Servotranslateur à vitesse constante	65
II-1.1.3.	Asservissement de position	—
II-1.1.4.	Influence de la sélectivité des amplificateurs	66
II-1.1.5.	Déplacement de l'équilibre - Erreurs systématiques	67
II-1.2.	Servo-orienteur	70
II-1.2.1.	Asservissement de position angulaire	—
II-1.3.	Description des servomécanismes de base	72
II-1.3.1.	Amplificateur de commande	73
II-1.3.2.	Amplificateur d'excitation	74
II-1.3.3.	Moteur	—
II-1.3.4.	Générateur tachymétrique	75
II-1.3.5.	Réducteur	—
II-1.4.	Transformateur de coordonnées	76
II-1.4.1.	Equations électriques de fonctionnement	—
II-1.4.2.	Application aux servomécanismes	77
II-1.4.3.	Circuits d'alimentation	79
II-2.	Fonctionnement du traceur à deux informations d'erreur	80
II-2.1.	Equations des petits mouvements	—
II-2.2.	Stabilité	81
II-2.3.	Déplacement de l'équilibre - Erreurs systématiques	—
II-2.3.1.	Tracés rectilignes	82
II-2.3.2.	Influence du mauvais calage du rotor du transformateur de coordonnées	—
II-2.3.3.	Tracés circulaires	83
II-2.3.4.	Influence de la distance des sondes	85

II-3.	Fonctionnement du traceur à une information d'erreur	86
II-3.1.	Equations de fonctionnement	—
II-3.2.	Stabilité pour les petits écarts	87
II-3.2.1.	Exemple numérique	88
II-3.2.2.	Points particuliers	91
II-3.3.	Déplacement de l'équilibre - Erreurs systématiques	92
II-3.3.1.	Tracés rectilignes	—
II-3.3.2.	Tracés circulaires	—
II-3.4.	Comparaison avec le traceur à deux informations d'erreurs	94
II-3.4.1.	Stabilité	—
II-3.4.2.	Erreurs systématiques	—
II-4.	Fonctionnement du traceur de lignes isogradientes	96
II-4.1.	Couplages nuisibles	—
II-4.2.	Ordre de grandeur de la tension d'erreur	97

TROISIEME PARTIE

TRACES EXPERIMENTAUX	98
CHAPITRE PREMIER	—
<u>Tracés de vérification</u>	—
I-1. Description du modèle	—
I-2. Répartition du potentiel et du gradient	—
I-3. Exécution des tracés	99
I-3.1. Lignes équipotentiellles - Traceur à deux sondes	—
I-3.2. Lignes équipotentiellles - Traceur à une sonde	—
I-4. Résultats	—
CHAPITRE II	102
<u>Tracés d'étude</u>	—
II-1. Entrefer d'un trieur magnétique	104
II-1.1. Description du modèle	105
II-1.2. Tracés	106
II-1.3. Résultats	108
II-2. Machine à courant continu	—
II-2.1. Description du modèle	—
II-2.2. Tracés	109
II-2.3. Résultats	110

AVANT-PROPOS

Ce travail a été exécuté dans le Laboratoire d'Analogie et de Servomécanismes de l'Ecole Nationale Supérieure d'Electricité et de Mécanique de Nancy.

Nous exprimons toute notre gratitude à Monsieur le Professeur GOUDET qui nous a proposé ce travail, alors qu'il était Directeur de l'E.N.S.E.M.

Nous sommes très heureux d'adresser nos profonds remerciements à Monsieur le Professeur GUILLIEN pour le soutien et l'intérêt qu'il nous a manifestés au long de ce travail, depuis qu'il a succédé à Monsieur le Professeur GOUDET à la direction de l'Ecole.

Nous exprimons toute notre reconnaissance à Monsieur le Professeur BARRIOL qui a accepté de nous faire l'honneur de présider notre jury.

Nous remercions également Monsieur le Professeur FRUHLING qui a bien voulu participer à notre jury et Monsieur GUDEFIN, Maître de Conférences, pour sa collaboration.

Que le Centre National de la Recherche Scientifique, grâce auquel ce travail a été mené à bien, soit aussi remercié.

Enfin, que toutes les personnes qui ont facilité notre tâche reçoivent ici l'expression de notre sincère gratitude.

INTRODUCTION

Les phénomènes physiques présentent souvent des analogies. Par exemple, la distribution du potentiel en électrostatique et en électrocinétique, la répartition du flux en magnéto-
tostatique plane, la transmission de la chaleur, l'écoulement d'un fluide, obéissent à la Loi de LAPLACE. C'est pourquoi la solution d'un problème d'électrocinétique est transposable par analogie à un problème thermique, à condition toutefois de représenter la géométrie du modèle et les conditions aux limites.

Il est pratique de choisir le modèle en électrocinétique parce que les techniques de mesure et d'imposition aux limites deviennent très souples. Dans cette analogie, le but recherché concerne la distribution des courants et des potentiels dans un milieu conducteur homogène, comme l'a suggéré KIRCHHOFF en 1845, ref. (1).

Le milieu conducteur peut être une feuille métallique, du papier conducteur, ou un électrolyte. Cette dernière méthode, la plus précise, ref. (2), s'est développée depuis les travaux de CRAMP, ref. (3) et AHMED, ref. (4).

Les applications de cette technique ont été nombreuses. Citons :

- L'hydro et aérodynamique, ref. (5), (6).
- L'élasticité et la résistance des matériaux, ref. (7), (8).
- La conduction thermique, ref. (9).
- L'électrostatique, ref. (10), (11).
- La synthèse des filtres et réseaux électriques, ref. (12).
- La magnétostatique, ref. (13), (14), et plus particulièrement l'étude des pièces polaires des électroaimants, ref. (15), (16).

La cuve électrolytique a permis des études plus complexes en association avec des systèmes automatiques annexes, comme par exemple le tracé des trajectoires électroniques, ref. (17), (18).

Cette association permet aussi d'améliorer les délais d'obtention et la précision des résultats, comme c'est le cas pour :

- La mesure automatique des gradients, ref. (19).
- Le tracé automatique des lignes équipotentielle quasi-rectilignes, ref. (20) à (24), ou fermées.

Distinguons dans ce dernier cas :

- Les systèmes à information d'erreur multiple, ref. (25), (26), (27).
- Les systèmes à une seule information d'erreur et procédant par commutation, ref. (28), (29).

Nous montrerons que ces systèmes sont capables de tracer des lignes autres que les équipotentielles ; mais cette application semble avoir été ignorée jusqu'à présent. De ce fait, il n'existe actuellement aucun traceur automatique de lignes autres que les équipotentielles et c'est pourquoi nous avons essayé de combler cette lacune.

Dans ce but, nous avons réalisé un traceur universel pour cuve rhéographique qui permet, outre le tracé des lignes équipotentielles de forme quelconque, le tracé automatique de lignes telles que les isogradientes.

La connaissance de ces lignes est importante, comme c'est par exemple le cas :

- En hydrodynamique ou, dans l'analogie qui fait correspondre aux équipotentiels électriques les lignes de courant du fluide, les lignes isogradientes représentent les lignes isovitesses.
- En magnétostatique plane où, selon que les lignes équipotentielles électriques correspondent aux lignes équipotentielles magnétiques ou aux lignes de flux, les lignes isogradientes représentent les lignes à champ constant ou à induction constante.

Ces lignes n'avaient pu être obtenues jusqu'à présent que par des relevés manuels.

Notre exposé comprend trois parties principales :

- Dans la première partie, nous étudions le dispositif analogique. Nous insistons sur les améliorations que nous avons apportées au système de mesure déjà utilisé pour le tracé des lignes équipotentielles, ref. (14), car il s'est révélé que les servomécanismes sont très sensibles à la qualité de la tension d'erreur qui les alimente. Notre système de mesure comprend donc un compensateur des effets de la polarisation des électrodes, source de composantes nuisibles dans le signal d'erreur.
- Dans la deuxième partie, nous procédons à une synthèse du traceur de lignes isogradientes à partir des éléments de traceurs déjà connus.
Nous analysons ensuite son fonctionnement et sa stabilité.
- Dans la troisième partie, nous donnons des exemples d'application de notre traceur automatique de lignes isogradientes.

ANALOGIE RHEOELECTRIQUE

Chapitre I

Principe

I-1. Equations générales

Nous allons rappeler brièvement le principe de l'analogie rhéoélectrique :

Dans un milieu conducteur de résistivité ρ , où agit un champ électrique $\vec{E}$, la densité de courant $\vec{J}$ est régie par la loi d'Ohm.

$$\text{I-1.a.} \quad \vec{E} = \rho \vec{J}$$

Si on injecte un courant j dans le milieu, il vient :

$$\text{I-1.b.} \quad \text{div } \vec{J} = j$$

D'autre part, le champ $\vec{E}$ dérive d'un potentiel V , si on néglige les phénomènes d'induction, ce qui s'écrit :

$$\text{I-1.c.} \quad \overrightarrow{\text{rot. } E} = \vec{0} \text{ et } \vec{E} = - \overrightarrow{\text{grad } V}$$

De ces relations, nous déduisons :

$$\text{I-1.d.} \quad \text{div } \frac{(\overrightarrow{\text{grad } V})}{\rho} + j = 0$$

Cette expression définit la distribution du potentiel V dans le conducteur.

L'analogie rhéoélectrique repose sur l'identité de cette loi avec celles de nombreux phénomènes physiques.

A notre connaissance, deux sortes de problèmes sont ainsi résolus :

a) Si le Laplacien est nul en tout point du milieu considéré

$$\Delta V = 0$$

La densité de courant $\vec{J}$ est alors un vecteur à flux conservatif. Ce cas est le plus fréquent.

b) Si $\text{div} \vec{J} \neq 0$ dans certaines régions et $V = 0$ ailleurs.

Ce cas se présente dans certains problèmes de magnétostatique. Il n'est théoriquement pas réalisable, toutefois plusieurs approximations en ont été données. On trouve un résumé de ces méthodes dans la Thèse de E. GUDEFIN, ref. (14).

I-2. Conditions aux limites

Les conditions aux limites dépendent essentiellement du problème posé. Si x, y, z , sont les coordonnées d'un point et $\vec{n}$ le vecteur unitaire normal aux surfaces équipotentielles, les conditions de deux types différents sont exprimées par les relations :

I-2.a.
$$V = f(x, y, z)$$

I-2.b.
$$\frac{dV}{dn} = g(x, y, z)$$

Ceci revient à imposer soit des tensions, soit des courants en des lieux déterminés.

Plusieurs cas sont à considérer :

a) Si le potentiel V est constant sur une surface donnée. Cette condition est pratiquement réalisée à l'aide d'une électrode métallique alimentée par la tension V .

b) Si $\frac{dV}{dn}$ est nul sur une aire déterminée.

On représente cette surface par un matériau isolant ; de ce fait, le vecteur densité de courant est parallèle à la surface de séparation avec le milieu conducteur. En effet, nous avons :

I-2.c.
$$\vec{J} \cdot \vec{n} = - \frac{\overrightarrow{\text{grad}} V}{\rho} \cdot \vec{n} = - \frac{dV}{dn} = 0$$

Ces deux cas simples sont les plus généralement étudiés. Néanmoins, pour certains problèmes, on est amené à utiliser des systèmes plus complexes.

c) Si le potentiel $V = f(x, y, z)$ est fixé en chaque point d'une surface donnée.

En employant un principe analogue aux accroissements finis, nous tapissons la surface de petites électrodes alimentées chacune au potentiel moyen.

La précision est d'autant meilleure que le nombre des électrodes est plus grand.

Dans le cas d'un milieu cylindrique, le dispositif se réduit à une grille d'éléments parallèles à une génératrice.

d) Si, sur une aire déterminée, $\frac{dV}{dn} = g(x, y, z)$, ce qui revient à injecter dans le milieu conducteur, une densité de courant déterminée en chaque point de la surface.

Un système d'électrodes analogue à celui qui vient d'être décrit est employé. Chaque électrode est alimentée par un courant proportionnel à son aire.

Chapitre II

LIGNES EQUIPOTENTIELLES ET ISOMETRIQUES

II-1. Potentiel

Nous avons déjà donné une définition du potentiel au paragraphe 1 du chapitre I. Elle reste abstraite tant que nous ne donnons un moyen de mesure. Pour ce faire, on détermine le potentiel d'un point dans la cuve rhéographique à l'aide d'une sonde métallique ponctuelle plongeant dans l'électrolyte.

Examinons le cas d'une cellule élémentaire constituée d'une cuve parallélépipédique alimentée par des électrodes planes parallèles A et B.

L'ensemble cuve-sonde est alors analogue, du point de vue électrique, à la figure 1.

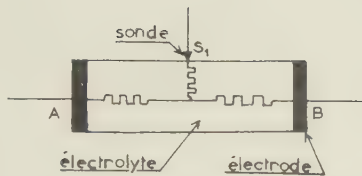


fig. 1 Cellule élémentaire

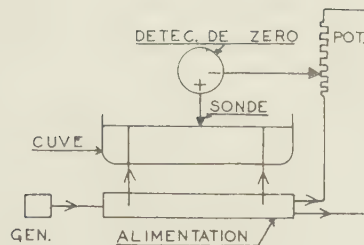


fig. 2 Principe de mesure

Le potentiel analogique est celui du point S en l'absence de courant dans la sonde. Il devient alors nécessaire d'employer un système de mesure d'impédance infinie. On peut utiliser une méthode de zéro qui satisfait à cette condition, en prenant comme référence la tension donnée par un potentiomètre (figure 2).

II-2. Lignes équipotentielles

Si nous nous bornons à examiner le cas d'un problème à deux dimensions, nous pouvons définir une ligne équipotentielle comme étant le lieu des points où le détecteur de zéro indique un équilibre, la position du curseur du potentiomètre étant fixe. En matérialisant les lignes correspondant à différentes positions du curseur, nous obtenons un champ de lignes équipotentielles.

II-3. Gradient

La mesure du gradient électrique consiste à former la différence de potentiel entre deux sondes voisines, S_1 et S_2 . La tension mesurée dépend de la distance a des sondes et de l'angle $(\alpha - \beta)$ de la droite qui les joint avec la normale aux lignes équipotentielles, (figure 3).

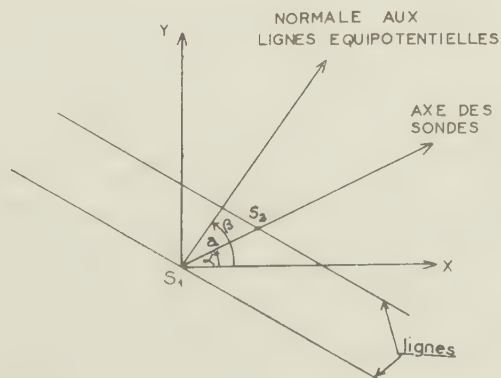


fig. 3 Disposition des sondes

Ces sondes sont suffisamment proches pour que ces lignes puissent être considérées comme parallèles.

Dans ces conditions, le gradient $\vec{E}$ est uniforme dans la région des sondes entre lesquelles il existe la tension

$$\text{II-3.a.} \quad v_2 = E a \cos (\alpha - \beta)$$

Si la distance a et l'angle $(\alpha - \beta)$ sont constants, la tension v_2 mesure bien le module du gradient à un coefficient près.

Le dispositif de mesure est constitué selon la figure 4.

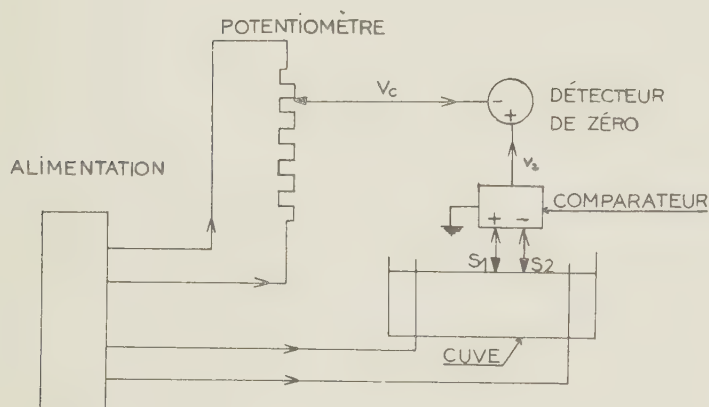


fig. 4 Mesure du gradient

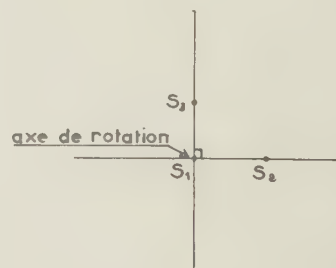


fig. 5 Disposition des sondes

On forme la différence de potentiel v_2 des sondes S_1 et S_2 et on compare la tension résultante avec la tension de référence à l'aide d'un détecteur de zéro.

Pour que la distance des sondes reste fixe, on rend les sondes solidaires en les disposant sur un même porte-sondes. De plus, pour avoir : $(\alpha - \beta) = \text{constante}$, il faut orienter constamment le porte-sondes suivant l'inclinaison locale des lignes équipotentielle. L'orientation qui correspond à la tension maximale exige que l'angle $(\alpha - \beta)$ soit nul. Cette condition est réalisée de la façon suivante :

On dispose sur le porte-sondes une sonde supplémentaire S_3 comme l'indique la figure 5.

Pour que S_1 et S_2 soient sur une normale à la ligne équipotentielle, il suffit d'orienter le porte-sondes de telle façon que S_1 et S_3 soient sur la ligne équipotentielle. Dans ce but, on annule la différence de potentiel v_3 entre S_1 et S_3 par rotation du porte-sondes. Ce dernier est entraîné par un servo-orienteur alimenté par v_3 .

II-4. Lignes isogradientes

Nous pouvons maintenant définir une ligne isogradiente comme étant le lieu des points où le détecteur de zéro de la figure 4 indique un équilibre.

II-5. Généralisation - Lignes isométriques

Nous venons de montrer deux exemples de mesure de grandeurs électriques dans la cuve rhéographique. Les lignes équipotentielles et isogradientes sont définies par annulation d'une tension de comparaison de la grandeur mesurée avec une valeur de référence.

On peut imaginer des dispositifs permettant la mesure d'autres grandeurs telles que : $\frac{dV}{dx}$, $\frac{d^2V}{dx^2}$, comportant un nombre quelconque de sondes de mesure et de servomécanismes, et définir alors des lignes dites " isométriques", par annulation d'une tension de comparaison de la grandeur mesurée avec une valeur de référence.

Chapitre III

CUVE RHEOGRAPHIQUE

L'ensemble que nous possédons ne permet que l'étude des problèmes à deux dimensions. Cette disposition, qui peut paraître restrictive, permet néanmoins d'aborder des problèmes insolubles à trois dimensions comme en magnétostatique ou dans la synthèse des réseaux électriques.

L'ensemble rhéographique comprend, outre les servomécanismes dont nous borderons l'étude plus tard, deux parties différentes, mécanique et électrique.

III-1. Dispositif mécanique

L'ensemble mécanique a été décrit par E. GUDEFIN, ref. (14). Nous en appelons sommairement les éléments.

III-1.1. Bac à électrolyte

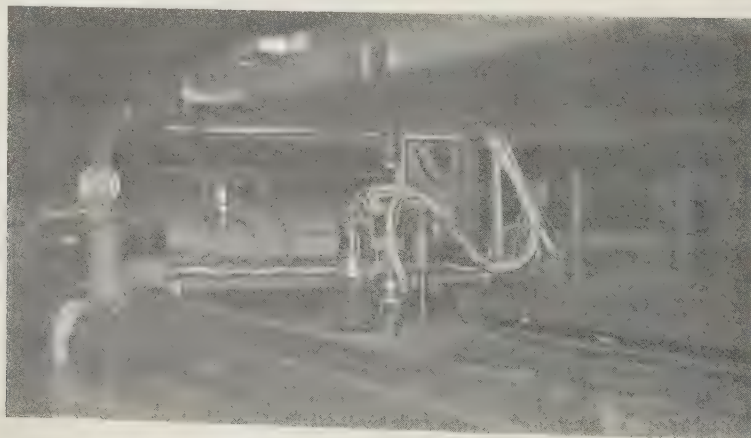
Le bac, de dimensions intérieures 1250 x 720 mm est en bois bakélinisé de 20 mm d'épaisseur et sa hauteur est de 125 mm. Il est surtout supporté par un cadre rigide en cornières d'acier et les joints entre les différentes pièces sont faits d'un mélange de cire d'abeille et de collophane appliqué à chaud.

Le modèle est placé dans le bac et baigne dans l'électrolyte. Il est généralement réalisé par des parties massives isolantes et par des électrodes conductrices. Les parties isolantes sont faites en paraffine moulée ou dans un bloc usiné en chlorure de polyvinyle. Des plaques ou des tiges, en cuivre ou en laiton, servent d'électrodes. Elles sont alimentées par le fond de la cuve. Pour améliorer le contact électrode-électrolyte, on nettoie les électrodes par attaque anodique et on les recouvre de graphite colloïdal.

L'électrolyte est constitué par de l'eau ordinaire, dont la résistivité de l'ordre de $75 \Omega \cdot m$ convient généralement. Dans certains problèmes où la résistivité doit être constante, l'électrolyte est sans cesse renouvelé par un système de circulation.

III-1.2. Ensemble mobile

L'ensemble mobile comprend un pont roulant, un chariot porte-sondes et un marqueur. Deux chemins de roulement sont fixés de part et d'autre du bac, parallèlement au grand axe sur le châssis qui supporte le bac. Les galets porteurs du pont roulent dans des rainures de guidage. Le corps du pont, constitué par un profilé portant le chariot est traversé par un arbre supportant à ses extrémités deux roues dentées attaquant deux crémaillères. Cet arbre maintient le parallélisme et permet l'entraînement du pont. Les galets sont réglables en hauteur pour rattrapper le jeu roue dentée-crémaillère. L'entraînement du pont par l'intermédiaire de l'arbre peut se faire par le servomoteur à l'aide d'une démultiplication, ou manuellement. Un limiteur de couple à friction évite les surcharges. Le servomoteur est accouplé directement à un générateur tachymétrique.



Le chariot porte-sondes est constitué par une carcasse moulée qui porte un servomoteur, un générateur tachymétrique, une démultiplication, un limiteur de couple et un pignon d'entraînement, identiques à ceux du pont. Il est porté par deux galets roulant dans une rainure de guidage. Il est maintenu vertical par un troisième galet à la partie inférieure. Un châssis réglable en hauteur, à l'aide d'une forte vis, porte un ensemble comprenant un servomoteur, un générateur tachymétrique et un réducteur d'entraînement du porte-sondes en rotation. Celui-ci comprend le porte-sondes proprement dit, en plexiglas, et un système de contacts glissants à frotteurs doubles. A la partie supérieure se trouve un transformateur de coordonnées dont le rotor est accouplé à l'extrémité de l'axe du porte-sondes.

Le marqueur est fixé directement sur la carcasse du chariot pour en enregistrer fidèlement les déplacements. Il est réalisé par une tige de fer terminée à la partie supérieure par une bille de 0,5 mm de diamètre environ. Cette tige est poussée vers le haut par un ressort. En appuyant sur une feuille de papier carbone, la bille enregistre ses déplacements sur une feuille de papier calque. Les deux feuilles sont maintenues par un fin tissu de nylon tendu au contact d'une lame de plexiglas légèrement bombée. Une bobine entourant la tige permet de supprimer le tracé, par rappel magnétique. La commande de cette bobine peut être manuelle, ou automatique quand le traceur s'écarte trop de la position d'équilibre.

III-2. Dispositif électrique

Le dispositif électrique comprend principalement un générateur pilote, une alimentation pour la cuve, et un système de mesure.

III-2.1. Générateur pilote

III-2.1.1. Fréquence

Le choix de la fréquence de travail d'un ensemble analogique résulte d'un compromis entre deux nécessités :

- réduire les effets de la polarisation des électrodes qui diminuent quand la fréquence augmente, comme nous le verrons plus loin. (On élimine ainsi à priori l'alimentation à courant continu).
- obtenir un fonctionnement correct des servomécanismes, ce qui exige une fréquence inférieure à 500 Hz.

Si on élimine tout changement de fréquence, le choix est limité, par construction, pour les servomécanismes, à 50, 60 et 400 Hz.

- cinq sorties réglables en amplitude S_1, S_2, S_3, S_4, S_5
- une sortie S_6 réglable en amplitude et en phase de 0 à 320° par l'intermédiaire d'un déphaseur double (double triode 12AT7).
- l'ensemble entretenant l'oscillation et stabilisant l'amplitude.

Ce dernier comprend un pont diviseur de tension à thermistance et un étage d'excitation du diapason.

Le pont est composé d'une résistance fixe de $10\text{ K}\Omega$ et d'une thermistance à chauffage indirect T ; la puissance de chauffage est prélevée par l'intermédiaire du transformateur T sur la puissance alternative de sortie. Ce pont fournit au tube d'excitation (partie triode ECF 80) une tension en phase avec la tension de sortie dont l'amplitude décroît quand la température de la thermistance augmente. Le fonctionnement est le suivant :

A la mise en route du générateur, la thermistance est froide et le gain de la boucle d'entretien est élevé ($\simeq 50$). L'amplitude du signal de sortie croît exponentiellement. La puissance de chauffage de la thermistance varie de même, tandis que le gain de la boucle diminue.

Il y a stabilisation pour une amplitude déterminée de la tension de sortie ($\simeq 5\text{ V}$). La température de la thermistance est alors telle que le gain de la boucle est égal à un.

La sortie S_6 est alimentée par un déphaseur qui comprend deux étages identiques dont le fonctionnement repose sur le principe suivant :

Deux résistances de charge égales, (l'une dans le circuit d'anode, l'autre dans le circuit de cathode), parcourues par le même courant, développent deux tensions alternatives, de même amplitude et de phase opposée V_A et V_K . Leur amplitude est d'ailleurs voisine, dans ce montage, de celle de la tension de grille. Elles alimentent un réseau résistance-capacité. Nous avons le diagramme des tensions de la figure 7.

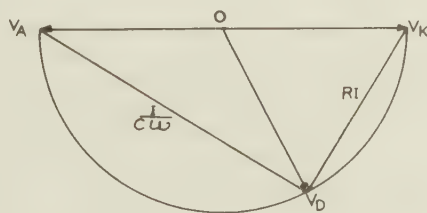


fig. 7 Diagramme des tensions

III-2.2.2. Courant imposé

L'injection de courants donnés, dans les électrodes peut se faire de différents moyens :

- par l'emploi de potentiomètres reliés aux électrodes dont le courant est réglé par approximations successives,
- par l'emploi de générateurs de tensions en série avec de grandes résistances. Cette méthode conduit à utiliser des tensions élevées donc dangereuses, et des résistances de grande dissipation.
- par l'emploi de réseaux passifs à inductance-capacité pour lesquels il est difficile d'obtenir une qualité suffisante.
- par l'usage de réseaux actifs comprenant des tubes électroniques.

C'est cette dernière méthode, employée par E. GUDEFN, ref. (14), que nous adoptons. Cette technique présente toutefois des inconvénients. En effet, les courants injectés dans la cuve sont fournis par des générateurs d'impédance de sortie très élevée, ce qui nécessite de placer dans la cuve une électrode reliée à la masse, pour définir l'origine des potentiels. En conséquence, la cuve est sensible aux courants parasites capacitifs et au déséquilibre des courants injectés.

Rappelons ici les caractéristiques des générateurs que nous utilisons

(figure 9) :

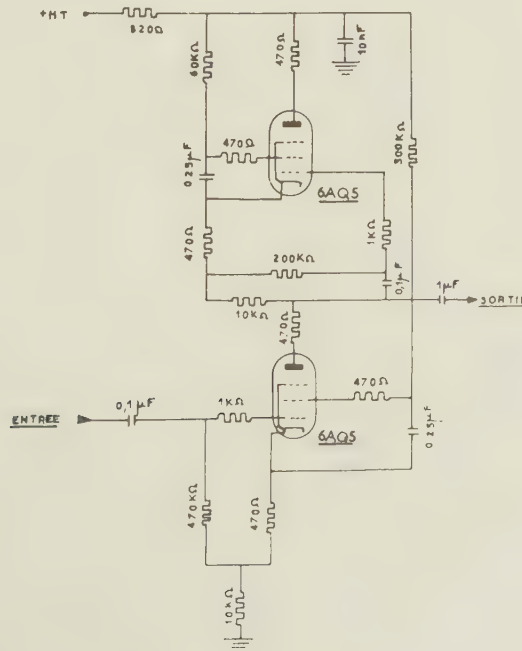


fig. 9 Générateur de courant

- Admittance de transfert : $94 \mu S$
- Résistance interne : $600 K\Omega$
- Courant de court-circuit : $3 mA$
- Tension d'entrée maximale : $30 V$

Cette dernière tension ne peut être fournie directement par le générateur pilote ; néanmoins, nous pouvons l'obtenir par l'intermédiaire d'amplificateurs à gain stable utilisant la technique des éléments opérationnels de calcul analogique. Nous en examinerons le fonctionnement ultérieurement.

III-2.3. Dispositif de mesure

Certains auteurs effectuent la mesure des potentiels et des gradients en reliant directement la ou les sondes à un transformateur de mesure. L'impédance à vide de celui-ci représente l'impédance d'entrée du dispositif (figure 10).

Pour la mesure des potentiels par une méthode de zéro, on peut admettre qu'à l'équilibre, la tension appliquée au transformateur T est nulle. La distribution des potentiels dans la cuve n'est pas perturbée. Tout au plus, en dehors de l'équilibre, observe-t-on une réduction de la sensibilité à cause du diviseur de tension formé par les impédances de la sonde Z_2 et du transformateur Z_1 ; ce qui nous amène à prendre un transformateur d'impédance primaire à vide maximale ($100 K\Omega$) pour pallier à cet inconvénient.

Il en est tout autrement dans le cas des mesures de gradients. En effet, l'impédance du transformateur perturbe la distribution des gradients puisqu'à l'équilibre la différence de potentiel V_3 entre les sondes mesurant le gradient fait circuler un courant dans Z_1 (figure 11).

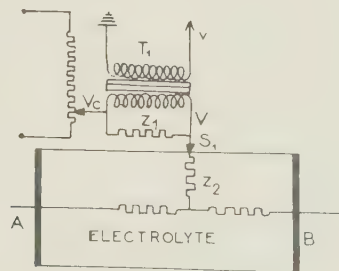


fig. 10 Mesure du potentiel

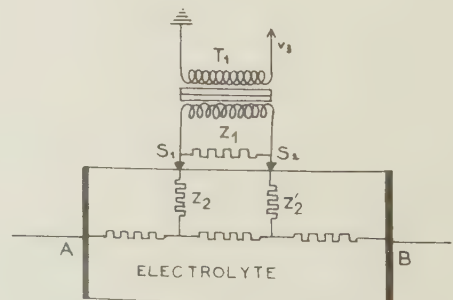


fig. 11 Mesure du gradient

Dans ces conditions, pour faire une mesure de gradient, il serait nécessaire d'avoir des sondes d'impédance faible et constante, ce qui est difficile à obtenir sans les faire pénétrer profondément dans l'électrolyte. On prévoit donc que la précision des mesures de gradients est inférieure à celle des potentiels.

Le dispositif que nous employons ne présente pas cet inconvénient.

Nous intercalons entre les sondes et le transformateur un amplificateur d'isolement, adaptateur d'impédance.

III-2.3.1. Amplificateur d'isolement

Basés sur le principe des amplificateurs à charge cathodique, ces amplificateurs que nous avons mis au point, ref. (30), permettent de donner au système de mesure une impédance d'entrée très élevée.

Chaque sonde est reliée par un câble coaxial à faible capacité à l'entrée d'un amplificateur d'isolement, lequel étant à contre-réaction totale, met à profit la grande impédance d'entrée du montage triode à charge cathodique (figure 12). Ce caractère est amélioré par l'utilisation de trois étages au lieu d'un seul, l'ensemble restant équivalent à une simple triode (figure 13). Examinons leurs caractéristiques :

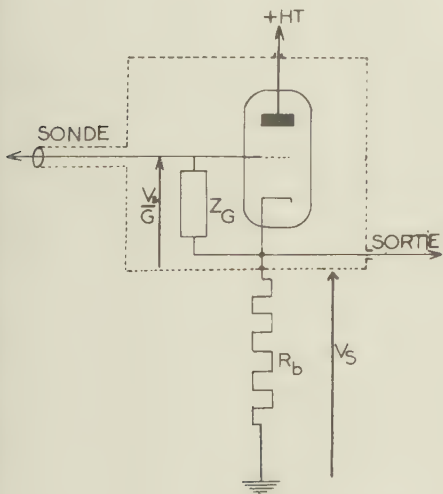


fig. 12 Triode à charge cathodique

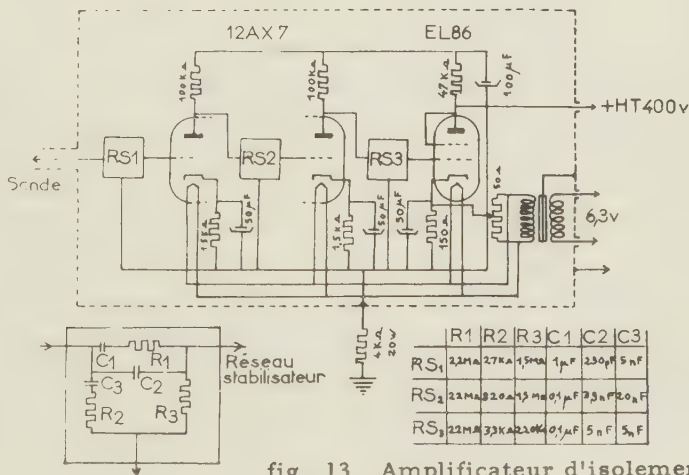


fig. 13 Amplificateur d'isolement

- L'impédance d'entrée est égale à l'impédance d'entrée du premier tube multipliée par le gain de l'amplificateur. Dans notre cas, le gain G est égal à 30.000 à 425 Hz, l'impédance d'entrée du premier tube est de l'ordre de 600 K Ω . L'impédance d'entrée apparente élève donc à 18.000 M Ω , ce qui correspond à l'impédance d'une capacité de $\frac{1}{50}$ pF. Son influence est donc minime par rapport à l'impédance parasite de la sonde constituée par la capacité de celle-ci avec la masse.

- La tension de sortie de l'amplificateur d'isolement est égale à la tension d'entrée à un facteur $\frac{1}{G}$ près. Avec $G = 30.000$, ce facteur est négligeable.

- L'impédance de sortie Z_S est de l'ordre de $\frac{1}{30} \Omega$.

Les caractéristiques de ces amplificateurs sont donc très intéressantes, toutefois, ceux-ci présentent l'inconvénient de nécessiter pour leur stabilité, une impédance de sonde Z_2 inférieure à $100 K\Omega$. Nous en verrons plus loin les conséquences.

III-2.3.2. Transformateurs à écrans

Le montage de mesure d'un potentiel comprend deux amplificateurs du type précédent A_1 et A_2 et un transformateur à écrans T (figure 14).

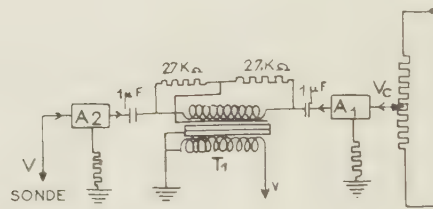


fig. 14 Transformateur à écrans

La différence de potentiel à mesurer est formée dans le transformateur T , à partir des tensions présentes aux entrées des amplificateurs A_1 et A_2 connectées respectivement au curseur du potentiomètre et à la sonde. Deux condensateurs de $1\mu F$ sont insérés dans le montage pour éviter le passage de courant continu dans le primaire du transformateur tout en respectant la symétrie.

La tension de sortie est : $A (V - V_0) + B (V + V_0)$

En faisant $V = V_c$ et en réunissant la sonde au curseur du potentiomètre, la tension de sortie devient : $V_s = 2 B V_c$

On peut réduire cette tension à un niveau inférieur à $10^{-4} V$ pour une tension V_c de $10 V$, en agissant sur la valeur de deux résistances montées en pont entre les sorties des amplificateurs. Précisons que le facteur de qualité du système de mesure est : $\frac{B}{A} \simeq 10^5$ puisque $A \simeq 1$. Un avantage supplémentaire de ce montage est qu'en raison de leur faible impédance de sortie, trois amplificateurs suffisent pour mesurer deux différences de pote

et, sans risque d'interactions nuisibles, (figure 15). En effet, appliquons à l'amplificateur A_1 une tension V , et aux amplificateurs A_2 et A_3 des tensions nulles. Évaluons la tension aux bornes du transformateur T_2 : Elle est voisine de la tension aux bornes de la résistance Z_3 , sur le schéma équivalent (figure 16).

Cette tension, nulle en principe, est approximativement :

$$\frac{V}{30.2,5.10^4} - \frac{V}{7,5.10^5}$$

qui est en fait négligeable.

Ce montage est utilisé dans la mesure du gradient où un quatrième amplificateur du même type est inséré dans le circuit, (figure 17).

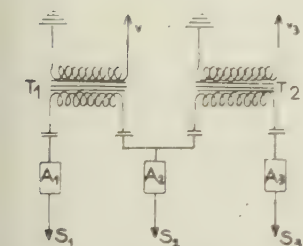


fig. 15 Montage à trois amplificateurs

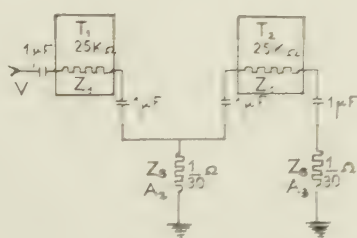


fig. 16 Schéma équivalent

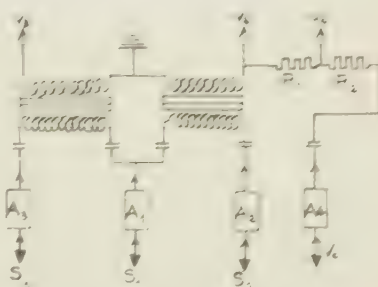


fig. 17 Montage à quatre amplificateurs

Dans ce dispositif, v_3 représente la différence de potentiel entre la sonde centrale S_1 et la sonde tangentielle S_3 ; elle alimente un servomécanisme orientant les sondes.

La tension v_2 entre la sonde centrale S_1 et la sonde normale S_2 mesure le gradient électrique moyen dans la région voisine de la sonde centrale ; v_2 est comparée à la tension V_c du curseur du potentiomètre de référence pour indiquer si la valeur du gradient mesuré est supérieure ou inférieure à la valeur affichée V_c ; u_2 est la tension résultante.

III-2.4. Chaîne d'amplification du signal d'erreur

Cette chaîne comprend quatre parties :

- Un limiteur d'amplitude
- Un déphaseur
- Un amplificateur sélectif
- Un amplificateur apériodique à gain réglable

III-2.4.1. Limiteur d'amplitude

Un limiteur d'amplitude est nécessaire au bon fonctionnement de l'ensemble des servomécanismes. En effet, les étages qui suivent introduisent des déphasages qui ne sont constants que pour des amplitudes du signal inférieures à un seuil de saturation. Si le signal d'erreur leur est appliqué sans limitation d'amplitude, il peut apparaître de faux équilibres ne correspondant pas à une tension d'erreur nulle. On détermine donc dès le début de la chaîne du signal d'erreur, le seuil de saturation par un étage limiteur d'amplitude. Si on applique un signal croissant en amplitude, cet étage est le premier et le seul à être saturé. Sa conception tend à limiter les variations de phase en fonction de l'amplitude.

Le montage, représenté sur la figure 18, comprend deux diodes (6 AL 5) polarisées chacune au blocage à $-0,4 \text{ V}$ par un diviseur de tension.

Si le signal d'erreur dépasse $0,4 \text{ V}$ crête à crête, les diodes deviennent conductrices et limitent ainsi l'amplitude du signal sortant.

III-2.4.2. Déphaseur

La présence de cet élément est indispensable pour donner à la chaîne d'amplification du signal d'erreur, un déphasage total nul. Cette condition est nécessaire pour permettre l'interconnexion des différents servomécanismes qui exigent tous une tension de commande en phase avec la tension de référence V_0 .

Le principe de fonctionnement de ce déphaseur est identique à celui qui est incorporé au générateur pilote (figure 19).

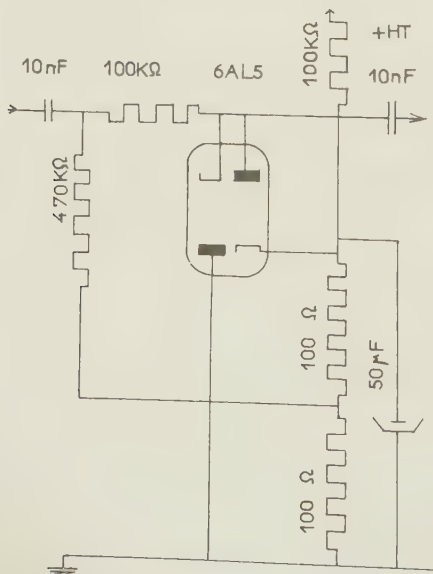


fig. 18 Limiteur d'amplitude

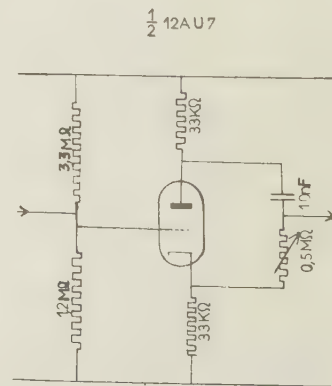


fig. 19 Déphaseur

III-2.4.3. Amplificateur sélectif

Avant toute utilisation ou tout contrôle, les tensions de sortie du système mesure sont amplifiées sélectivement.

Cet amplificateur doit éliminer les composantes de fréquences 50 Hz, 0 Hz, induites par le réseau dans les enroulements des transformateurs de mesure et particulier, les harmoniques du courant d'alimentation de la cuve.

L'amplificateur, en liaison directe avec le déphaseur, comprend trois étages qui utilisent une technique décrite dans l'ouvrage "Vacuum Tube Amplifiers" (ref. 31).

Chaque étage comprend une double triode (12 AT 7) montée en "cascode" avec un pont en double T comme élément de contre-réaction sélective. A la fréquence d'accord f_0 aucune tension n'apparaît à la sortie du filtre. Avec les valeurs portées sur la figure 20, le gain de l'étage est de 5 environ.

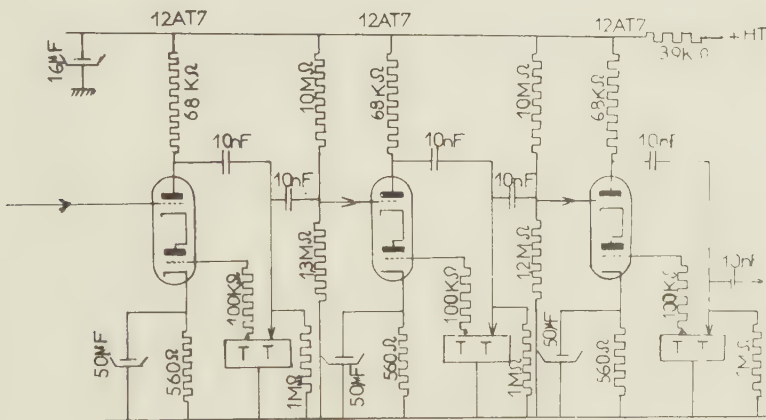


fig. 20 Amplificateur sélectif

Aux fréquences très faibles ou très élevées, le filtre reporte la tension de sortie sur la grille de la triode inférieure ; dans ces conditions, le gain est de $\frac{1}{40}$ environ.

Le rapport des gains à la fréquence f_0 et aux fréquences 0 ou ∞ est alors :

$$\frac{G_M}{G_m} = 200$$

l'étage se comporte donc pratiquement comme un amplificateur sélectif.

Comme il est indiqué dans la référence 31, citée plus haut, pour élargir la bande passante, nous avons disposé en cascade trois amplificateurs analogues au précédent, accordés sur la fréquence f_0 et les deux autres sur des fréquences voisines $f_0 + 10 \text{ Hz}$ et $f_0 - 10 \text{ Hz}$.

La bande passante s'étend alors de 410 Hz à 440 Hz environ.

III-2.4.4. Amplificateur apériodique à gain réglable

Cet élément comprend quatre étages (figure 21) :

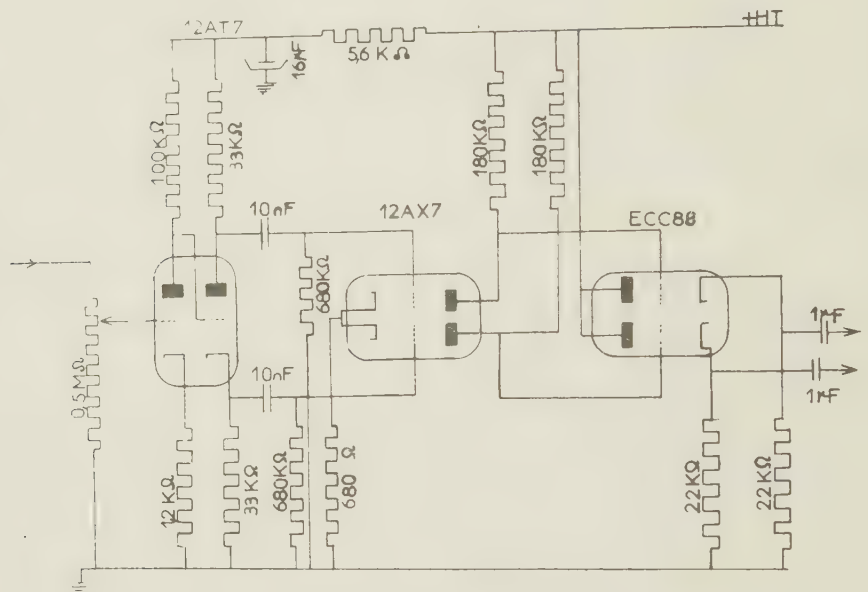


fig. 21 Amplificateur apériodique à gain réglable

- un premier étage préamplificateur ($\frac{1}{2}$ 12 AT 7) est alimenté par la tension d'erreur amplifiée sélectivement et atténuée par un potentiomètre d'entrée pour le réglage général du gain.

- le deuxième étage utilise la deuxième partie triode du tube 12 AT 7 montée en inverseur de phase.

- les troisième et quatrième étages sont constitués par des doubles triodes 12 AX 7 et ECC 88 ; ils comprennent chacun deux éléments symétriques, et forment des amplificateurs de tension suivis d'amplificateurs de puissance à charge cathodique.

On dispose donc à la sortie de ces éléments, de deux tensions d'erreur opposées en phase, limitées en amplitude et amplifiées sélectivement.

Pendant le fonctionnement de l'ensemble rhéographique, nous contrôlons constamment l'erreur de mesure par observation de ces tensions à l'oscillographe. On forme habituellement une figure de LISSAJOUS avec la tension de référence V_0 .

Un dispositif auxiliaire interrompt le tracé lorsque le signal d'erreur dépasse un niveau prédéterminé ($\simeq 1\text{ V eff}$), (figure 22).

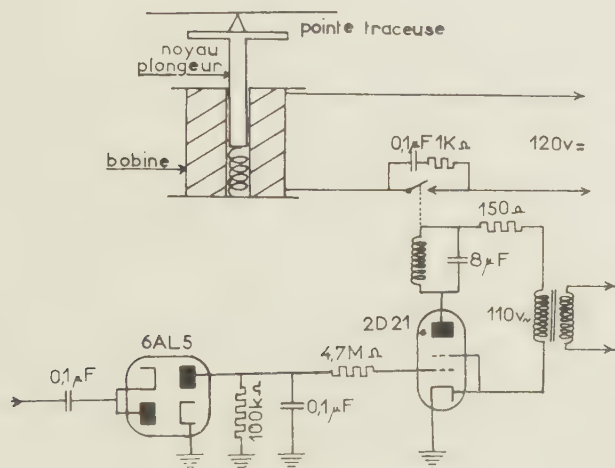


fig. 22 Suppresseur de tracé

L'utilisation principale des tensions d'erreur par les servomécanismes de tracé sera envisagée plus loin.

Chapitre IV

LIMITES PHYSIQUES DE LA PRECISION DE L'ANALOGIE

IV-1. Mesure du potentiel

La mesure du potentiel ne présente pas de difficultés particulières.

En effet, comme nous l'avons vu au paragraphe III-2.3.2., le facteur de qualité du dispositif de mesure $\frac{B}{A}$ est de 10^5 environ. D'autre part, l'impédance d'entrée des amplificateurs d'isolement, évaluée au paragraphe III-2.3.1. a été jugée suffisamment élevée pour ne pas perturber la distribution des potentiels dans la cuve.

IV-2. Mesure du gradient

Les principales causes d'erreur sont :

- La mauvaise orientation des sondes par rapport à la normale aux lignes équipotentiellles.

- La distance non négligeable des deux sondes de mesure

IV-2.1. Erreur d'orientation

Au paragraphe II-3, nous avons appelé v_2 la tension existant entre les sondes de mesure S_1 et S_2 , ($\alpha - \beta$) l'angle de la droite qui joint les sondes avec la normale aux lignes équipotentiellles ; nous avons vu que $v_2 = E a \cos(\alpha - \beta)$, a étant la distance des sondes S_1 et S_2 . Si α est différent de β , l'erreur commise en prenant $E = \frac{v_2}{a}$ varie comme $\cos(\alpha - \beta)$. Donc, si ($\alpha - \beta$) reste faible, l'erreur est du second ordre en ($\alpha - \beta$)

IV-2.2. Erreur due à la distance finie des sondes

Comme les deux sondes sont à une distance finie l'une de l'autre, la différence de potentiel ne mesure que la valeur moyenne du gradient électrique, si celui-ci n'est pas uniforme.

Supposons les deux sondes distantes de a sur l'axe, $\overrightarrow{on}$ et convenablement placées sur une normale aux lignes équipotentiellles. Si $V(n)$ est le potentiel d'une des sondes, le potentiel de l'autre est : $V(n + a)$.

La valeur du gradient moyen est donc :

$$\frac{V(n + a) - V(n)}{a} = \frac{dV}{dn} + \frac{a}{2} \frac{d^2V}{dn^2} + \frac{a^2}{6} \frac{d^3V}{dn^3} + \dots$$

L'erreur est du premier ordre en a , par rapport au gradient vrai $\frac{dV}{dn}$

Si maintenant, la disposition est telle que les sondes sont, sur la normale, équidistantes du point d'abscisse n , elles ont alors pour abscisses : $n + \frac{a}{2}$ et $n - \frac{a}{2}$ et nous avons pour le gradient moyen :

$$\frac{V(n + \frac{a}{2}) - V(n - \frac{a}{2})}{a} = \frac{dV}{dn} + \frac{a^2}{24} \frac{d^3V}{dn^3} + \dots$$

L'erreur est du second ordre en a .

En conséquence, nous adoptons la disposition de la figure 23.

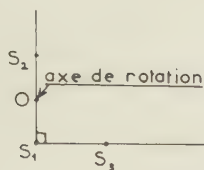


fig. 23 Disposition des sondes

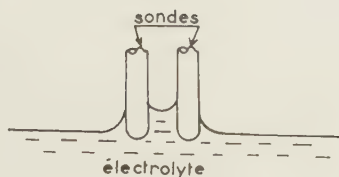


fig. 24 Effet de la capillarité

S_1 et S_2 sont les sondes de mesure, S_3 est la sonde tangentielle d'orientation. On note seulement un déplacement de l'axe de rotation par rapport à la figure 5.

Pour réduire davantage l'erreur due à a , il faut rapprocher les sondes le plus possible, mais on est limité dans cette voie à une distance a voisine de 1 mm pour différentes raisons :

- La capillarité modifie le niveau du liquide entre les sondes (figure 24), ce qui perturbe localement la résistivité plane.
- La tension mesurée devient trop petite et la précision diminue.

En effet, nous avons vu que le facteur de qualité du système de mesure $\frac{B}{A}$ est de l'ordre de 10^5 , de sorte que la tension v_2 , dans les plus mauvaises conditions, ne doit pas être trop faible par rapport à V , sinon le facteur parasite $2BV$, n'est plus négligeable devant v_2 . Il faut ajouter aussi l'influence néfaste du bruit de fond du système de mesure, d'autant plus sensible que v_2 est plus faible.

Pour augmenter la précision, on est conduit ainsi à donner au modèle la plus grande dimension possible (1 m), et à y injecter la plus grande puissance disponible, puisque la résistivité de l'électrolyte est limitée (paragraphe III-1.3.2.).

IV-3. Sondes

Les sondes perturbent la distribution des potentiels dans leur voisinage par la simple présence de leur masse conductrice dans l'électrolyte. D'autre part, la capillarité modifie localement le niveau du liquide, donc la résistivité plane de l'électrolyte. On peut réduire ces effets en diminuant le diamètre de chaque sonde. Or, la résistance Z_2 que présente la sonde au

contact du liquide de résistivité ρ est, si on la suppose hémisphérique, (figure 25) :

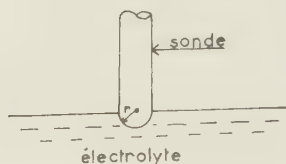


fig. 25 Sonde à extrémité hémisphérique

$$Z_2 = \frac{\rho}{2\pi r}$$

Pour conserver la stabilité des amplificateurs d'isolement, la résistance Z_2 ne peut dépasser $10^5 \Omega$ (paragraphe III-2.3.1.) ; on ne peut donc diminuer excessivement le diamètre de la sonde sans augmenter Z_2 et rendre instable l'amplificateur de mesure correspondant.

Le diamètre limite avec un électrolyte de $75 \Omega \cdot m$ est voisin de $0,1 \text{ mm}$ ce qui paraît tout de même acceptable, compte tenu des dimensions de la cuve ($600 \text{ mm} \times 800 \text{ mm}$).

IV-4. Electrolyte

L'importance de la constance de la résistivité de l'électrolyte dépend du problème posé.

Dans le cas le plus simple où le fond de la cuve est plan et horizontal, et où les tensions sont imposées, ce facteur n'intervient pas. En effet, la cuve se comporte comme un diviseur de tension, et les potentiels des différents points ne dépendent que de la géométrie du modèle. Il est seulement nécessaire que la température de l'électrolyte soit uniforme. (Réf. 35)

Lorsque le fond est modelé, ou que les courants sont imposés, la résistivité plane de l'électrolyte intervient dans la valeur du potentiel. Cette résistivité plane dépend de la hauteur du liquide.

Pour que cette hauteur reste constante, on peut envisager d'empêcher l'évaporation en étalant à la surface de l'électrolyte, une mince couche d'huile ; mais cette dernière présente l'inconvénient de polluer la pointe des sondes et d'augmenter ainsi la résistance sonde-électrolyte au point de rendre instables les amplificateurs d'isolement.

La solution simple que nous avons adoptée, consiste à renouveler continuellement le liquide dans la cuve.

Nous stabilisons ainsi la température et le niveau. Toutefois, par ce moyen même, il est difficile de maintenir pendant plusieurs heures la température constante, à moins de 30° près ; ceci, ajouté au fait que la résistivité de l'eau varie de 2 % par degré autour de 15°C , limite la précision à 0,5 % environ. Pour conserver cette précision, une profondeur minimale de l'électrolyte de 20 mm est nécessaire. Les variations de niveau étant de l'ordre de 0,1 mm.

Notons qu'il est nécessaire de faire fonctionner ce système pendant plusieurs heures avant d'atteindre un régime d'équilibre.

IV-5. Polarisation des électrodes

Un inconvénient important propre à l'emploi de la cuve électrolytique résulte du phénomène de polarisation des électrodes débitant un courant. Ce phénomène concerne donc uniquement les électrodes d'injection de courant et non celles de mesure que nous supposons sans écart conformément aux conditions du paragraphe III-2.3.

IV-5.1. Description du phénomène

En courant alternatif, la polarisation des électrodes se traduit par l'apparition, dans l'électrolyte, de tensions déphasées par rapport au courant.

Ce phénomène a été étudié, ref. (32), ref. (33), ref. (34). Les auteurs proposent, dans le cas de la cellule élémentaire, le schéma équivalent de la figure 26.

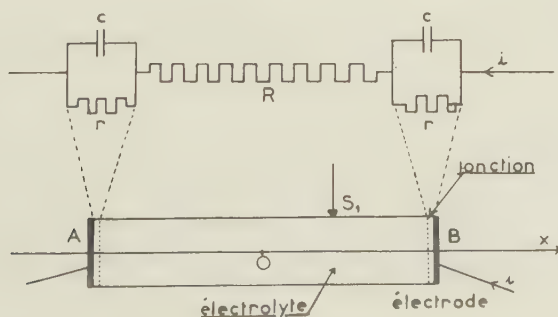


fig. 26 Polarisation dans la cellule élémentaire

Loin des électrodes, l'électrolyte se comporte comme une résistance pure R . Les éléments résistance- r -capacité- c représentent la jonction électrode-électrolyte. Ils ne sont pas constants, car r et c dépendent de la densité de courant ; cependant, dans notre cas, les éléments r et c ont les valeurs fixes.

Quand la fréquence d'alimentation augmente, l'impédance des capacités c figurées diminue, et les phénomènes de polarisations disparaissent progressivement.

En considérant la cellule élémentaire comme un diviseur de tension d'impédance non uniforme, nous avons relevé en chaque point de l'axe, d'abscisse x , les valeurs du potentiel V représenté par ses deux composantes en phase et en quadrature avec la tension de référence V_0 . Quand x varie, l'extrémité du vecteur V décrit une courbe C .

Pour le diagramme de la figure 27, nous imposons la grandeur et la phase du courant i . Au centre, loin des électrodes, le potentiel V est en phase avec i . Près des électrodes, une composante en quadrature jV_2 apparaît.

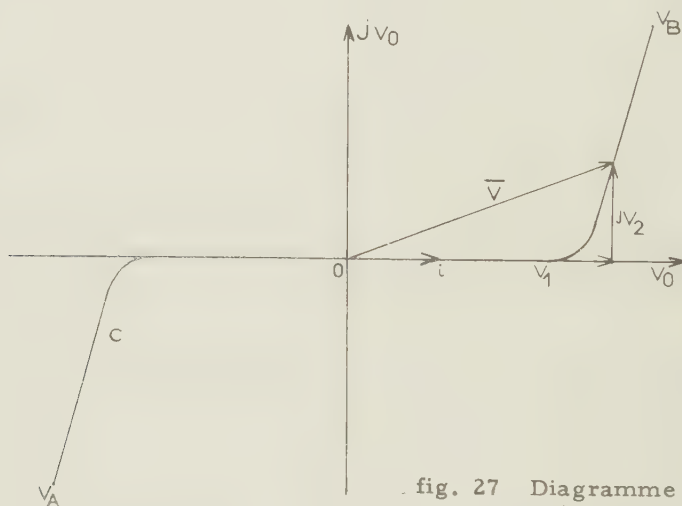


fig. 27 Diagramme des tensions
(courant imposé)

Pour le diagramme de la figure 28, la différence de potentiel $V_A - V_B$ des électrodes A et B est imposée en grandeur et en phase avec V_0 . Le diagramme précédent subit une similitude. Les tensions relevées dans la cuve ne sont pas en phase avec la tension de référence V_0 .

L'alimentation en courant possède donc l'avantage théorique de donner, tout au moins loin des électrodes, une tension en phase avec la tension de référence V_0 . Cependant,

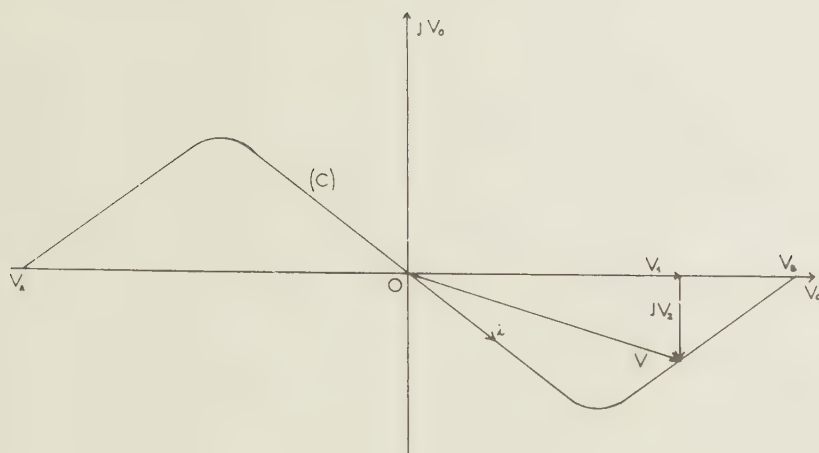


fig. 28 Diagramme des tensions
(Potentiel imposé)

En pratique, la phase entre la tension relevée loin des électrodes et la tension totale reste faible, et l'analogie reste valable, à condition de définir le potentiel de la façon suivante :

IV-5.2. Nouvelle définition du potentiel

Prenons comme potentiel analogique, la composante V_1 du potentiel V , en phase avec la tension de référence V_0 . Notons que si nous définissons le potentiel analogique comme le module de V , la mesure peut s'effectuer en déphasant convenablement la tension d'alimentation du potentiomètre de référence afin d'annuler la composante en quadrature de la tension d'erreur. Toutefois, cette définition n'est pas valable puisque le module V n'est pas biunivoquement lié à V .

IV-5.3. Nouvelle définition du gradient

Admettons qu'en tout point de l'électrolyte, il existe une densité de courant $\vec{J}$ de direction fixe dans l'espace au cours du temps. Le gradient électrique n'est pas en phase avec le courant, et nous pouvons poser : $\vec{E} = \zeta \vec{J}$; où ζ est la résistivité complexe de l'électrolyte.

Une conséquence de la définition du potentiel est que le gradient peut être considéré comme étant la composante de la tension v_2 définie au paragraphe II-3., en phase avec V_0 .
encore $\frac{dv_1}{dn}$

IV-6.1. Principe

Par suite des phénomènes de polarisation que nous venons de décrire, il est généralement impossible d'annuler la tension d'erreur v en faisant varier V_c par exemple. En effet, lorsque $v_1 = 0$, il subsiste une tension jV_2 en quadrature avec la tension de référence (figure 29). L'équilibre correspond à un minimum de la tension d'erreur, mais plus ce minimum est grand, moins la détermination de l'équilibre est précise.

Pour apprécier l'équilibre, certains auteurs emploient un servomécanisme simplement constitué d'un moteur diphasé alimenté par un amplificateur (figure 30).

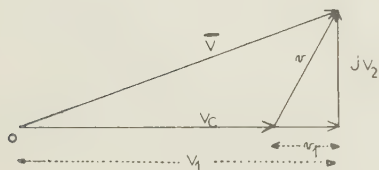


fig. 29 Diagramme des tensions d'erreur

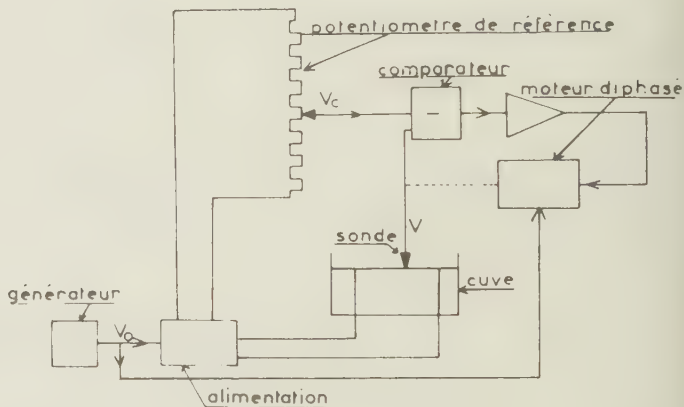


fig. 30 Traceur automatique simple

Examinons l'incidence de la polarisation sur ce dispositif : Supposons que le moteur soit alimenté par la tension d'erreur v amplifiée. Il ne produit un couple utile que sous l'influence de la composante v_1 et le problème revient à évaluer la précision de l'équilibre en présence de la tension en quadrature jV_2 : Il est nécessaire que l'amplificateur qui alimente le moteur soit linéaire et non saturé, sinon il apparaît des distorsions de phase qui déplacent l'équilibre. Donc, si la tension jV_2 est grande à l'équilibre, il est impossible, sous peine de saturation, de donner à l'amplificateur le gain nécessaire pour avoir une bonne précision. Le dispositif simple précédent employé (ref. (10), (22), (23), (24). Les auteurs utilisent des électrodes traitées spécialement, pour réduire la polarisation, sans toutefois parvenir à en annuler les effets totalement.

Un procédé plus élaboré, ref. (28), consiste à utiliser un démodulateur synchrone. Ce dispositif donne théoriquement une tension de sortie continue, filtrée, proportionnelle à la composante utile de la tension d'erreur v_1 , quelle que soit l'amplitude de jV_2 . L'utilisation

directe de cette tension à l'aide d'amplificateur à courant continu, est malaisée. Une solution consiste à moduler cette tension, à l'appliquer après amplification à un moteur diphasé (figure 31).

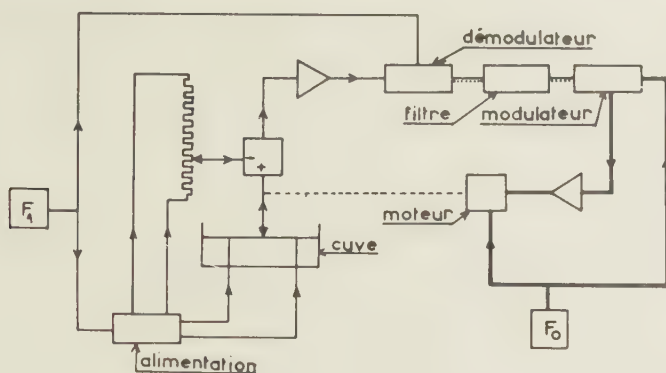


fig. 31 Traceur à changement de fréquence

L'ensemble démodulateur-filtre fournit à sa sortie une tension alternative, de phase déterminée, dont l'amplitude mesure que la composante réelle v_1 de la tension d'erreur. Il permet, en outre, de procéder, si on le désire, à un changement de fréquence : par exemple, on peut utiliser des servomécanismes à basse fréquence ($f_0 = 50$ Hz), et alimenter la cuve à une fréquence plus élevée ($f_1 = 1500$ Hz).

La précision de cet ensemble ne dépend pas du modulateur qui, à l'équilibre est alimenté par une tension nulle, mais bien du démodulateur qui doit être insensible à jV_2 , quelle que soit son amplitude.

Le problème des distorsions de phase dues à la saturation des amplificateurs qui précèdent le démodulateur, n'est pas résolu.

Pour y parvenir, on est amené à placer le démodulateur le plus près possible du système de mesure. Ajoutons que la constante de temps du filtre agit sur la composante utile, et nuit à la qualité des servomécanismes de tracé, ainsi que nous le verrons.

Dans le cas particulier où la fréquence de travail des servomécanismes est identique à la fréquence d'alimentation du dispositif analogique, une seule tension de référence peut suffire à l'ensemble démodulateur-filtre-modulateur (figure 32).

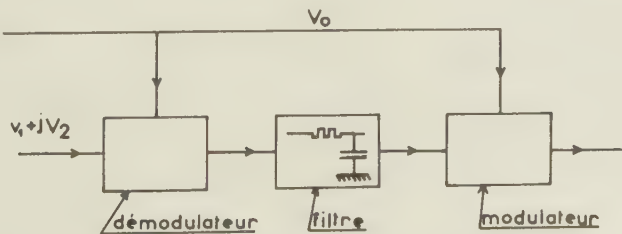


fig. 32 Compensateur simple

L'adjonction de ce système aux servomécanismes du type à moteur diphasé déjà décrits, permet d'augmenter le gain des amplificateurs placés après le démodulateur. Les inconvénients de la polarisation en sont ainsi réduits.

Pour supprimer la constante de temps gênante du filtre, nous avons modifié ce dispositif de la façon suivante, ref. (14) : (figure 33) .

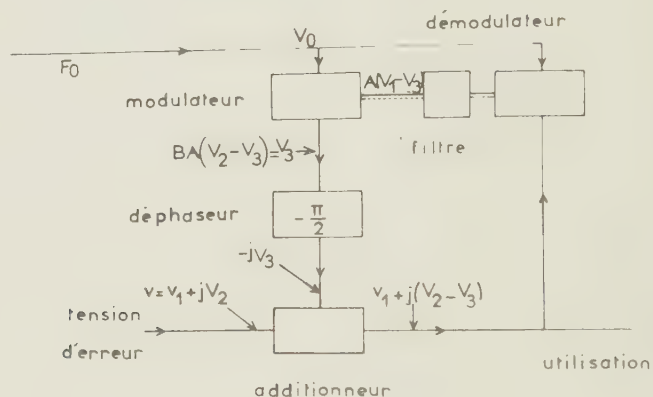


fig. 33 Compensateur à rétroaction

Nous compensons la tension jV_2 par addition d'une tension $-jV_3$. Cette tension de compensation est dosée par un dispositif à rétro-action sensible à la composante nuisible résiduelle $j(V_2 - V_3)$.

Le compensateur comprend un étage additionneur alimenté par la tension d'erreur $v = v_1 + jV_2$ d'une part, et $-jV_3$ d'autre part, en quadrature avec la tension de référence. La tension d'erreur compensée résultante $v_1 + j(V_2 - V_3)$ alimente l'utilisation et un modulateur sensible à la composante en quadrature $j(V_2 - V_3)$. La tension de sortie filtrée de celui-ci, de la forme $A(V_2 - V_3)$, alimente un modulateur qui fournit la tension V_3 en phase avec V_0 et d'amplitude $BA(V_2 - V_3)$. Le déphaseur forme la tension $-jV_3$ à partir de V_3 .

Si le gain de boucle AB est suffisamment grand et si le sens de branchement est correct, la tension résiduelle $j(V_2 - V_3)$ est réduite à une valeur négligeable. A l'équilibre, nous avons :

IV-5.3.a.

$$BA(V_2 - V_3) = V_3$$

IV-5.3.b.

$$V_2 - V_3 = \frac{V_2}{1 + AB}$$

Cet ensemble compensateur donne un résultat analogue à celui du dispositif précédent, quant à l'annulation de la composante en quadrature ; il a cependant l'avantage de ne pas utiliser de filtre agissant sur la composante utile V_1 . Ajoutons que la précision du compensateur dépend maintenant de celle de l'additionneur et du déphaseur et non du démodulateur. La technique des amplificateurs opérationnels de calcul analogique qui leur est appliquée permet d'atteindre la précision aussi élevée qu'on le désire.

La précision du modulateur porte principalement sur le déphasage des tensions d'entrée V_0 et de sortie V_3 . Il suffit en effet que la tension de compensation $-jV_3$ soit en quadrature avec V_0 aussi exactement que possible.

Nous procédons de la façon suivante (figure 34).

Chaque extrémité du potentiomètre de référence est connectée à un additionneur. Nous appliquons ainsi $V_0 - jV_3$ en A, et $-V_0 - jV_3$ en B. Le curseur C est ainsi porté au potentiel :

V-5.3.c.

$$V_c = \frac{R_2 - R_1}{R_2 + R_1} V_0 - jV_3$$

Quand $\frac{R_1}{R_2}$ et $-jV_3$ varient, V_c peut évaluer n'importe quel potentiel dans la cuve.

Ces deux réglages sont indépendants et la mesure correspond bien à la définition donnée au paragraphe V-1.1.

Nous avons rassemblé tous les éléments du compensateur dans le schéma suivant : (figure 35).

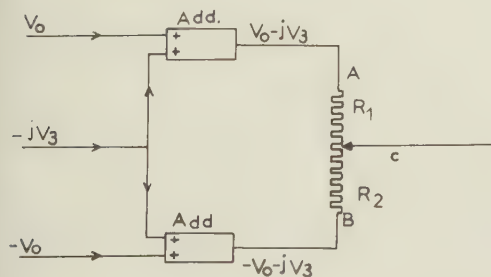


fig. 34 Alimentation du potentiomètre

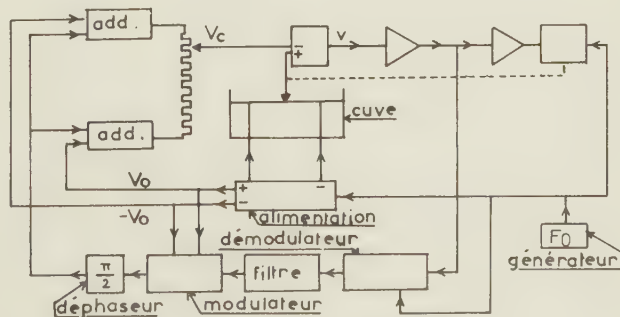


fig. 35 Compensateur

Si le compensateur agit toujours de la même façon pour identifier V_2 et V_3 , par contre, l'équilibre de la composante réelle peut s'établir de deux façons différentes :

- Par déplacement du curseur du potentiomètre
- Par déplacement de la sonde à la surface de l'électrolyte

Le premier mode opératoire correspond à la mesure du potentiel d'un point, le second à la recherche d'une ligne équipotentielle.

Lorsque les courants sont imposés, ou dans le cas de la mesure d'un gradient, il est nécessaire de modifier légèrement le montage. En effet, si le potentiomètre est alimenté comme précédemment, il peut arriver que la tension maximale relevée dans la cuve soit trop grande pour être mesurable, ou au contraire qu'elle soit trop petite et corresponde alors à une mauvaise utilisation du potentiomètre. Dans ce cas, nous alimentons le potentiomètre par l'intermédiaire d'amplificateurs de gain ajustable suivant le problème traité.

En interrompant la chaîne de rétroaction du compensateur que nous venons de décrire, on peut substituer une compensation à commande manuelle. A cet effet, à la place du modulateur, on connecte par un simple commutateur un potentiomètre qui joue le même rôle. On procède ainsi à la mise en route de l'ensemble rhéographique, pour faire les différents réglages de phase.

IV-6.2. Description

IV-6.2.1. Potentiomètre de mesure

Dans tous les dispositifs de mesure que nous avons envisagés, nous avons utilisé un potentiomètre de référence. Celui-ci est du type CARPENTIER - SULLIVAN, et comporte 32 résistances de 1000, 200 et 40 Ω . Il donne 1000 potentiels différents, avec une résistance totale constante de 10 K Ω (figure 36).

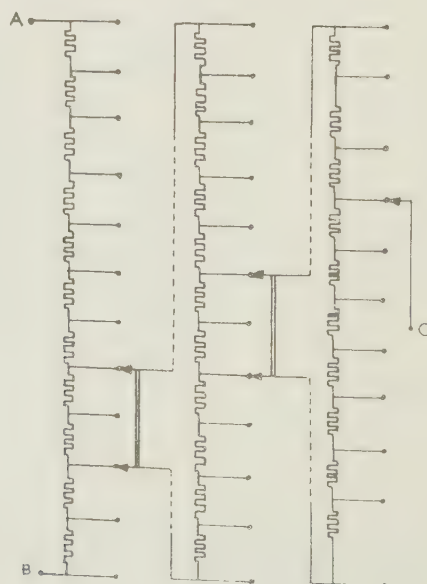


fig. 36 Potentiomètre

Les contacts correspondant aux différentes positions du curseur sont assurés par 31 relais téléphoniques. Un panneau d'affichage permet d'établir un programme de 24 positions du curseur, qu'un relais pas à pas délivre successivement.

IV-6.2.2. Additionneur

Dans l'exposé des principes du système de mesure, nous avons vu l'utilisation d'additionneurs analogues aux éléments de calcul analogique.

Examinons un tel dispositif (figure 37).

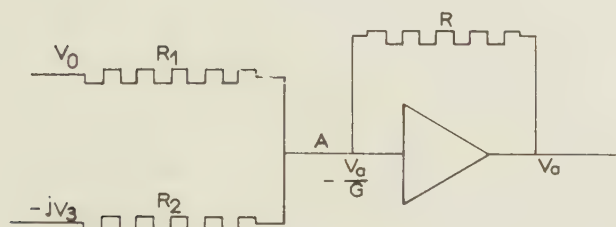


fig. 37 Additionneur

En supposant l'impédance d'entrée de l'amplificateur infinie, la loi de KIRCHHOFF s'écrit au point A :

$$\text{IV-6.2.2.a.} \quad \frac{V_o + \frac{V_a}{g}}{R_1} + \frac{-jV_3 + \frac{V_a}{g}}{R_2} + \frac{V_a + \frac{V_a}{g}}{R} = 0$$

$$\text{IV-6.2.2.b.} \quad \frac{V_o}{R_1} - \frac{jV_3}{R_2} + \frac{V_a}{R} + \frac{V_a}{g} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R} \right) = 0$$

Si le gain g de l'amplificateur est grand, nous avons sensiblement :

$$\text{IV-6.2.2.c.} \quad \frac{V_o}{R_1} + \frac{-jV_3}{R_2} + \frac{V_a}{R} = 0$$

La précision sur l'addition est de l'ordre de $\frac{1}{g}$, ce qui donne dans notre cas une précision de l'ordre de 10^{-4} environ.

Par le jeu des résistances de calcul, on peut faire varier le gain apparent et dans le cas des tensions imposées, en faisant $R_1 = R$, la tension appliquée au potentiomètre est égale à la somme des tensions d'alimentation de la cuve et de compensation. Dans le cas général, les résistances R_1 et R_2 sont ajustées pour que la tension totale du potentiomètre reste supérieure à la tension maximale relevée dans la cuve.

IV-6.2.3. Déphaseur

Le déphaseur de précision utilisé dans le compensateur est un intégrateur opérationnel de calcul analogique.

Celui-ci comprend un amplificateur à grand gain négatif connecté à un réseau résistance-capacité (figure 38).

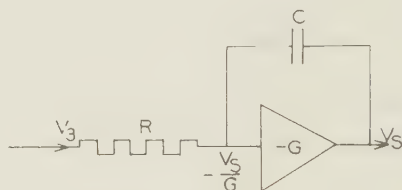


fig. 38 Intégrateur

De la même façon qu'au paragraphe précédent, nous avons :

$$\text{IV-6.2.3.a.} \quad \frac{V_3 + \frac{V_s}{g}}{R} + C \frac{d}{dt} \left(V_s + \frac{V_s}{g} \right) = 0$$

$$\text{IV-6.2.3.b.} \quad \frac{V_3}{RC} = - \frac{V_s}{RCg} - \frac{dV_s}{dt} \left(1 + \frac{1}{g} \right) = 0$$

En régime sinusoïdal et avec une tension V_3 en phase avec V_o , nous pouvons écrire :

$$\text{IV-6.2.3.c.} \quad V_3 = V_{3m} \sin \omega_o t$$

et

$$\text{IV-6.2.3.d.} \quad V_s = V_{sm} \sin(\omega_o t + \vartheta)$$

où ϑ est le déphasage introduit. Nous avons encore :

-6.2.3.e.

$$\frac{-V_{3m} \sin \omega_o t}{RC} = \frac{V_{sm} \sin (\omega_o t + \varphi)}{gRC} + \left(1 + \frac{1}{g}\right) \omega_o \cos (\omega_o t + \varphi)$$

où

-6.2.3.f

$$- \operatorname{tg} \varphi = (g + 1) RC \omega_o$$

omme g est supérieur à 10^4 , et que l'on choisit R et C pour que $RC \omega_o = 1$

-6.2.3.g.

$$\varphi \simeq -\frac{\pi}{2} + \frac{1}{g}$$

onc

-6.2.3.h.

$$V_s \simeq -jV_3$$

erreur angulaire est inférieure à 10^{-4} radian.

IV-6.2.4. Démodulateur et filtre

Le démodulateur comprend un amplificateur écreteur, (figure 39) suivi d'un

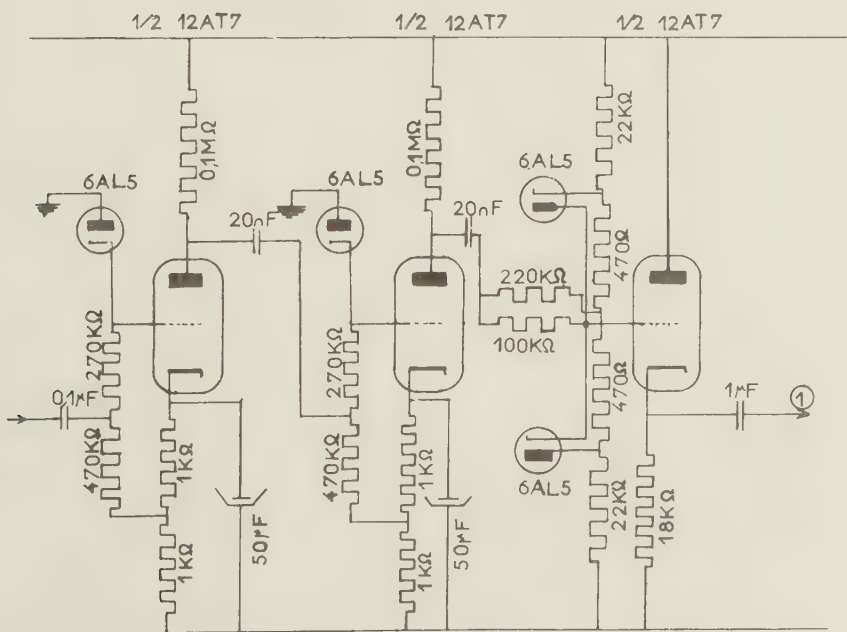


fig. 39 Amplificateur écreteur

discriminateur et d'un filtre (figure 40).

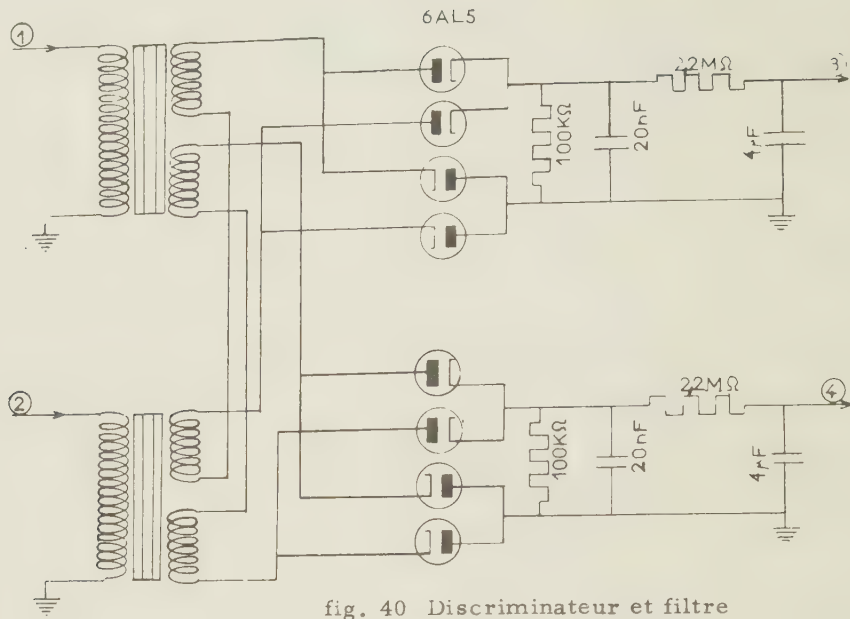


fig. 40 Discriminateur et filtre

Au-dessus d'un certain niveau d'entrée, l'amplificateur écrêteur fournit une tension constante, en phase avec la tension d'entrée.

Le discriminateur est alimenté d'une part, par l'amplificateur écrêteur, (entrée 1), et d'autre part, par une tension en quadrature (entrée 2) obtenue à partir de V_0 par l'intermédiaire d'un déphaseur (figure 41) d'un type analogue à celui du paragraphe III-2.1.3. Le déséquilibre des tensions de sortie mesure sensiblement la grandeur $(V_2 - V_3)$ et constitue le signal qui est appliqué ensuite au modulateur, après filtrage dans un réseau résistance-capacité dont la constante de temps vaut 8 secondes.

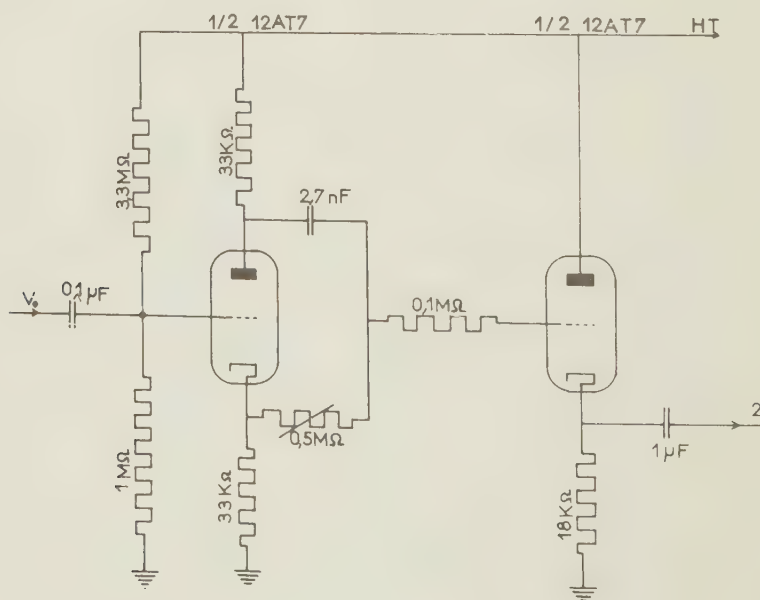


fig. 41 Déphaseur

IV-6.2.5. Modulateur

Le modulateur est constitué par deux tubes électroniques heptodes 6 BE 6 et les premières grilles sont alimentées par division des tensions V_0 et $-V_0$ avec une amplitude de 0,1 V environ (figure 42).

L'amplitude de la tension de sortie V_3 varie avec le déséquilibre des tensions issues du discriminateur, et appliquées aux troisièmes grilles des heptodes. Cependant, la phase du signal de sortie est constante et égale à celle de la tension de référence V_0 .

Les capacités de 9 nF disposées à la sortie permettent de transmettre la tension V_3 à l'intégrateur-déphaseur avec un déphasage nul, compte tenu des impédances de sortie du modulateur et d'entrée de l'intégrateur.

Le commutateur permet de régler manuellement la tension V_3 , ce qui est utile à la mise en route pour ouvrir la boucle de réglage automatique : la tension compensatrice reste constante pendant les autres réglages.

IV-6.2.6. Amplificateurs opérationnels

Nous venons d'introduire des amplificateurs à grand gain négatif, stables en contre-réaction totale ou amplificateurs opérationnels. Comme ils ne doivent fournir qu'une faible puissance, nous avons réalisé un modèle ne comportant qu'un seul tube électronique double diode-pentode ECF 80, figure 43).

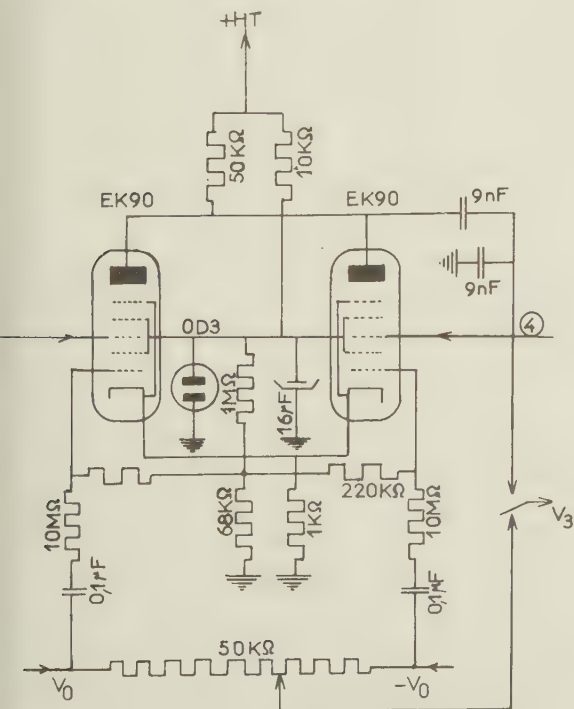


fig. 42 Modulateur

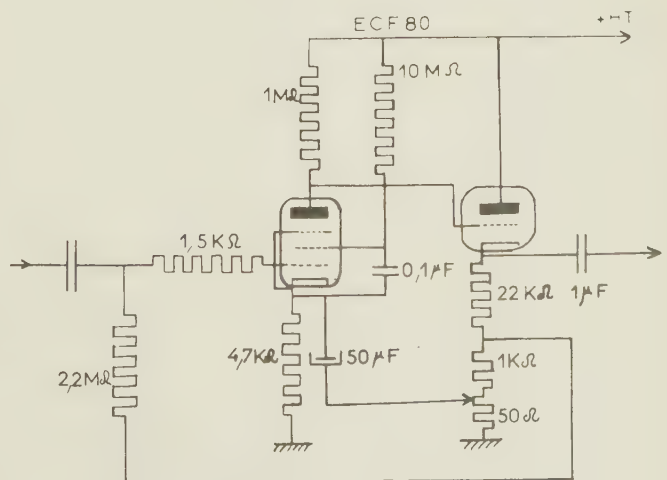


fig. 43 Amplificateur opérationnel

La partie pentode est utilisée comme amplificateur sous -alimenté à grand gain ($G = 1000$). La partie triode est utilisée en amplificateur de puissance à charge cathodique, en liaison directe avec l'anode de la pentode. Une fraction ($\frac{1}{1000}$) de la tension alternative de sortie est appliquée à la cathode de la pentode et peut être ajustée à l'aide d'un potentiomètre dont le curseur est relié au condensateur du circuit de cathode. Ce circuit provoque une réaction de tension alternative qui rend le gain pratiquement infini à la fréquence de travail. En fait, en tenant compte de l'évolution des caractéristiques des tubes au cours du temps, on ne peut qu'espérer avoir un gain supérieur à 10^4 .

SERVOMECHANISMES POUR CUVES RHEOGRAPHIQUES AUTOMATIQUES

Chapitre I

PrincipeI-1. Introduction

A notre connaissance, il n'existe actuellement de traceur pour cuve rhéographique entièrement automatique que pour les lignes équipotentiellles. Pourtant, comme nous le montrerons, le principe de ces traceurs peut s'appliquer aux lignes isométriques telles que nous les avons définies, paragraphe II-5, première partie. Cependant, aucun traceur de ce genre n'a été réalisé jusqu'à présent. La raison en est peut-être la trop grande complexité et le manque de précision de l'ensemble ainsi conçu. Nous montrerons en effet que les anciens principes mènent à des réalisations très difficiles.

La découverte d'un principe plus simple nous a permis la réalisation d'un traceur de lignes isogradientes que l'on peut considérer comme un cas particulier de traceur de lignes isométriques.

Dans l'étude qui va suivre, nous ferons la synthèse de ce nouveau traceur. L'ordre ainsi établi suit approximativement la chronologie des ensembles de plus en plus perfectionnés que nous avons réalisés.

Ensuite, nous analyserons le fonctionnement et nous évaluerons la stabilité de ce traceur automatique.

I-2. Traceur de lignes équipotentiellles quasi-rectilignes

Les premiers servomécanismes associés à la cuve électrolytique ont permis le tracé de champs simples formés de lignes équipotentiellles quasi-rectilignes comme celles que l'on rencontre dans l'étude d'un canon à électrons, par exemple. Ils sont basés sur le principe suivant (figure 44).

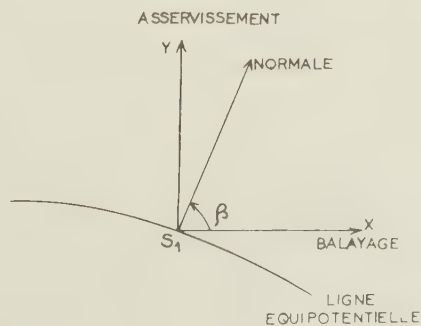


fig. 44 Tracé quasi-rectiligne

Le mouvement de la sonde résulte de la composition de deux translations perpendiculaires, d'axes Ox et Oy . Suivant l'axe Ox , supposé parallèle à la direction moyenne des lignes, on impose un mouvement de balayage à vitesse constante. Suivant Oy , un servotranslateur analogue à celui décrit lors de l'étude de la polarisation. (paragraphe V-3, première partie), alimenté par la tension d'erreur de potentiel, v , maintient la sonde S_1 sur la ligne. Les premiers tracés automatiques ont été obtenus ainsi (ref. 21).

Ce dispositif, déjà très efficace, employé en optique électronique par exemple, ne peut cependant pas résoudre tous les problèmes de tracé. En effet, lorsque la sonde décrit la ligne équipotentielle, la relation qui lie les vitesses est, d'après la figure 44 :

I-2.a.
$$\frac{dx}{dt} = - \frac{dy}{dt} \cdot \operatorname{tg} \beta$$

β étant l'angle de la normale à la ligne à tracer avec l'axe Ox .

Or la vitesse $\frac{dx}{dt}$ est constante, donc $\frac{dy}{dt}$ peut atteindre des valeurs très élevées quand β tend vers zéro.

I-3. Tracé des lignes équipotentielles fermées

I-3.1. Procédé à commutation

La méthode précédente ne peut s'appliquer au tracé des lignes fermées. Pour pallier à cet inconvénient, nous pouvons commuter les deux asservissements donnant les déplacements suivant Ox et Oy , quand β prend la valeur $\frac{\pi}{4} + k\pi$, de façon à maintenir la vitesse d'asservissement toujours inférieure à la vitesse de balayage. Nous verrons plus loin que cette opération revient à commuter simplement l'alimentation de deux servotranslateurs, que nous supposons identiques. On utilise, à cet effet, deux tensions opposées constantes U_0 et $-U_0$ pour obtenir les mouvements de balayage avant et arrière et deux tensions d'erreur opposées U et $-U$ pour maintenir l'asservissement toujours stable. Ref. 14, 28, 29, (figure 45).

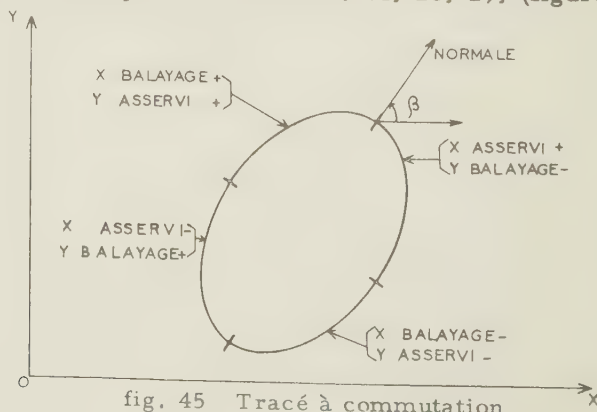


fig. 45 Tracé à commutation

Ce traceur à commutation introduit une erreur systématique de position négligeable quand la vitesse de l'asservissement n'est pas nulle, et notamment à la commutation, ce qui fait apparaître des discontinuités du tracé.

Ces différentes raisons nous ont fait abandonner ce procédé au profit du tracé continu.

I-3.2. Procédé de tracé continu

Citons pour mémoire un dispositif qui réalise le tracé des lignes équipotentielles fermées avec quatre sondes mobiles non tournantes (ref. 25). Nous n'avons pas retenu ce système à cause du trop grand nombre de sondes utilisées pour obtenir seulement les lignes équipotentielles.

I-3.2.1. Transformateur de coordonnées

Pour réaliser le tracé continu des lignes fermées, un procédé consiste à effectuer une rotation des axes de balayage et d'asservissement à l'aide d'un transformateur de coordonnées. On ramène ainsi l'axe de la vitesse de balayage Ot à être tangent à la ligne, et l'axe de l'asservissement On à lui être normal (figure 46).

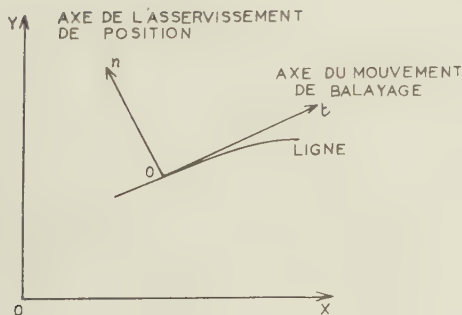


fig. 46 Tracé à balayage tangentiel

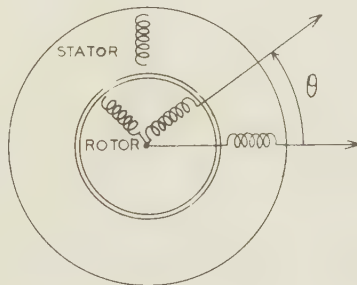


fig. 47 Transformateur de coordonnées

Examinons le fonctionnement :

Le transformateur de coordonnées, dont nous verrons le principe plus loin, est alimenté sur des tensions alternatives à la fréquence de l'ensemble analogique. Il comporte des enroulements perpendiculaires sur le rotor et le stator (figure 47). Les tensions induites au stator alimentent les deux servotranslateurs dont les axes de déplacement sont Ox et Oy .

Admettons qu'en régime permanent, ces derniers, supposés identiques, aient une vitesse proportionnelle à la tension d'entrée :

$$I-3.2.1.a. \quad \frac{dx}{dt} = K U_x$$

$$I-3.2.1.b. \quad \frac{dy}{dt} = K U_y$$

Les tensions statoriques du transformateur de coordonnées sont proportionnelles aux projections du flux magnétique du rotor sur les enroulements du stator.

Si les axes des enroulements du stator sont parallèles aux axes Ox et Oy de déplacement des servotranslateurs correspondants et si on applique une tension alternative à un enroulement du rotor dont l'axe fait l'angle θ avec Ox , la direction du mouvement résultant fait un angle θ avec Ox , parallèlement à l'axe de l'enroulement alimenté.

Pour que ce dispositif puisse tracer une ligne fermée, il faut orienter le rotor pour que $\theta = \beta$ et l'enroulement parallèle à la tangente à la ligne doit être alimenté par la tension de balayage U_o , alors que l'enroulement parallèle à la normale doit l'être par la tension d'erreur amplifiée U . Notons que nous conservons la proportionnalité vitesse-tension. L'expression devient, avec les nouveaux axes :

$$I-3.2.1.c. \quad V_{ass} = K U$$

$$I-3.2.1.d. \quad V_{bal} = K U_o$$

Le problème de l'orientation du rotor du transformateur de coordonnées a été résolu de la manière suivante :

I-3.2.2. Servo-orienteur du rotor du transformateur de coordonnées.

Le problème de l'orientation du rotor du transformateur de coordonnées est résolu en plaçant deux sondes S_1 et S_3 simultanément sur la même ligne équipotentielle, par l'action d'un servomécanisme qui fait tourner le porte-sondes autour d'un axe vertical. Si les deux sondes sont voisines, la corde qui les joint devient tangente à la ligne. On peut donc lier mécaniquement le rotor au porte-sondes.

Le servomécanisme comporte un moteur alimenté par la différence des potentiels des deux sondes S_1 et S_3 amplifiée U_3 (figure 48). Le moteur tourne jusqu'à un équilibre qui correspond à une différence de potentiel nulle. Nous retrouvons le principe d'orientation porte-sondes utilisé pour la mesure du gradient (paragraphe II-3., première partie). Ce système, réalisé par GELFAND, SHINN et TUTEUR (ref. 27) est très stable. L'erreur qu'il introduit est seulement proportionnelle à la courbure des lignes et est en général négligeable.

I-3.2.3. Ensemble complet traceur de lignes équipotentielle à deux sondes.

Nous avons rassemblé les différents éléments du traceur de lignes équipotentielle à deux informations d'erreur, sur la figure 49.

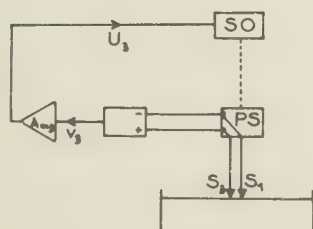


fig. 48 Servo-orienteur

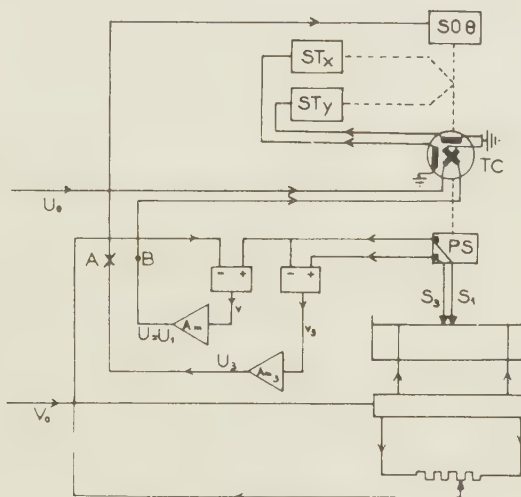


fig. 49 Traceur de lignes équipotentielle à deux sondes

Nous y trouvons, outre la cuve avec son alimentation et le potentiomètre de référence :

- Deux systèmes de mesure formant deux tensions :

v_3 différence de potentiel des sondes S_1 et S_3 , mesurant l'erreur d'orientation du porte-sondes, et qui alimente le servo-orienteur après amplification U_3 ;

v_1 tension d'erreur de potentiel qui est amplifiée U_1 , puis appliquée aux servo-translateurs à l'intermédiaire du transformateur de coordonnées, et provoque le mouvement normal de correction de position de la sonde S_1 .

- Un servo-orienteur $SO\theta$ du porte-sondes et du rotor du transformateur de coordonnées, alimenté par U_3 .

- Un transformateur de coordonnées TC.

- Deux servotranslateurs STX et STY de déplacement de la sonde suivant les axes Ox et Oy, commandés par les tensions statoriques U_x et U_y du transformateur de coordonnées.

Notons que le servo-orienteur $SO\theta$, et le transformateur de coordonnées TC sont portés par le chariot mobile en plus du porte-sondes.

I-4. Application aux lignes isométriques du traceur à deux informations d'erreur

Comme nous l'avons vu au paragraphe II-5. première partie, la cuve rhéographique permet la mesure de grandeurs autres que le potentiel. Le système de mesure peut alors comporter plusieurs sondes.

Nous avons défini une ligne isométrique par l'annulation d'une tension de comparaison de la grandeur mesurée avec une valeur de référence. Si le système mobile de mesure ne se trouve pas sur la ligne isométrique, il délivre une seule tension d'erreur de position u .

En généralisant le principe qui vient d'être mis en oeuvre pour le tracé des lignes équipotentielles, nous pouvons concevoir un traceur automatique de lignes isométriques.

Examinons un tel dispositif :

Dans le cas des lignes équipotentielles, nous mesurons le potentiel de deux points voisins pour former la tension nécessaire à l'orientation du rotor du transformateur de coordonnées. De la même façon, plaçons sur la même ligne deux systèmes de mesures adaptés à la ligne isométrique cherchée par action d'un servo-orienteur qui fait tourner l'ensemble autour d'un axe vertical. Celui-ci est alimenté par la tension de comparaison des grandeurs mesurées en A et B (figure 50).

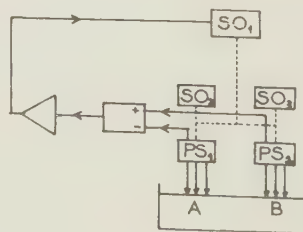


fig. 50 Servo-orienteur pour lignes isométriques

Si les points A et B sont voisins, la droite qui les joint matérialise la tangente à la ligne isométrique, à partir de laquelle on peut alors orienter le rotor du transformateur de coordonnées.

Nous venons de voir la possibilité de fonctionnement d'un traceur automatique de lignes isométriques à deux informations d'erreur, mais la complexité de réalisation d'un tel procédé devient grande. En effet, dans l'exemple particulier des lignes isogradientes, chaque système de mesure comprend à lui seul trois sondes montées sur un porte-sondes tournant indiquant la direction du gradient électrique local, et un servo-orienteur. Deux ensembles de ce type doivent être montés sur un support tournant, donnant la direction de la tangente à la ligne isométrique, lui-même entraîné par un servo-orienteur. Ajoutons encore que tout cet ensemble est mobile en translation par rapport à la cuve. On conçoit sans peine la difficulté de réalisation d'un tel système. Notons que la précision de la mesure devient dérisoire, étant donné les dimensions de l'ensemble mobile par rapport à celles d'une cuve de dimensions courantes (1 m x 1 m), ceci malgré les progrès de la miniaturisation des composants pour servomécanismes. Ainsi, par sa complexité et son imprécision, ce procédé de tracé automatique n'a été adopté que pour les lignes équipotentiellles.

I-5. Nouveau principe de tracé à une seule information d'erreur

En admettant certaines restrictions sur la stabilité du traceur, nous avons réalisé un dispositif qui permet de commander tous les asservissements et notamment le servo-orienteur du rotor du transformateur de coordonnées sans nécessiter plus d'une seule tension d'erreur, donc un seul système de mesure. En effet, nous allons voir que la tension d'erreur d'orientation du porte-sondes n'est pas indispensable et que l'on peut utiliser pour cette orientation uniquement la tension d'erreur de position. Cette disposition, bien que non évidente, est néanmoins parfaitement valable ainsi que nous allons le montrer.

I-5.1. Retour sur le régime permanent du traceur à deux informations d'erreur.

Nous allons envisager le fonctionnement du traceur à une information en donnant l'analyse complète qui sera faite plus loin. Pour simplifier, examinons le cas du traceur de lignes équipotentiellles. Reprenons les éléments du traceur à deux informations donnés sur la figure 4), mais coupons l'alimentation du servo-orienteur au point A. Supposons que la ligne à tracer soit droite. Du fait de la coupure au point A, le servo-orienteur est inopérant et les écarts angulaires du porte-sondes restent constants. Soit $\delta = \theta - \beta$ le décalage angulaire du porte-sondes par rapport à sa position d'équilibre antérieurement définie. Supposons que δ ne soit pas trop grand ($< \frac{\pi}{4}$). Laissons agir les servomécanismes de position comme auparavant, examinons ce qui se passe.

La tension à la coupure A , différence de potentiel des sondes S_1 et S_3 est donnée par l'expression déjà établie :

$$I-5.1.a. \quad U_3 = A_{m3} v_3 = A_{m3} E a_1 \sin \delta$$

Pour les petits décalages, la tension U_3 au point A est donc proportionnelle à δ .

En ce qui concerne la tension U au point B, à cause du décalage δ transmis au rotor du transformateur de coordonnées par la liaison mécanique avec le porte-sondes, la vitesse de balayage libre V_{bal} n'est pas parallèle à la ligne, de sorte que l'erreur de position h de la sonde S_1 , supposée nulle au départ, tend à croître.

Cependant, le servomécanisme de position agit pour ramener la sonde S_1 sur la ligne. Un équilibre s'établit entre les deux actions, ce qui donne à l'erreur h une valeur limite. La sonde S_1 décrit donc une parallèle à la ligne (figure 51).

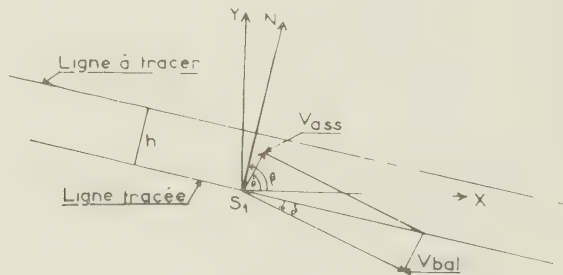


fig. 51 Disposition des lignes

Les vitesses de déplacement suivant les axes O_t et O_n sont proportionnelles aux tensions U_o et U , d'après les expressions déjà données :

$$I-5.1.b. \quad V_{ass} = K U$$

$$I-5.1.c. \quad V_{bal} = K U_o$$

D'après la figure 51, nous avons les relations :

$$I-5.1.d. \quad \operatorname{tg} \delta = \frac{V_{ass}}{V_{bal}} = \frac{K U}{K U_o} = \frac{U}{U_o}$$

Ce résultat montre qu'en régime permanent déséquilibré, la tension U au point B est proportionnelle à $\tan \delta$. Pour les petits décalages, nous avons :

$$5.1.e. \quad U = U_0 \delta$$

La tension U au point B , qui prend naissance dans le système de mesure de l'erreur de position de la sonde S_1 , est donc comparable à la tension au point A , à un coefficient constant près. Elle permet donc d'évaluer indirectement le décalage angulaire du porte-sondes.

I-5.2. Synthèse du traceur à une information d'erreur

Nous utilisons l'analogie de forme des tensions U_3 et U aux points A et B , pour substituer à la tension U_3 au point A , qui commande le servo-orienteur, la tension U au point B , issue du système de mesure d'erreur de position, par une simple connection.

Cette substitution est fondamentale, car elle permet de supprimer le système de mesure directe du décalage angulaire et la sonde S_3 correspondante. La rotation du porte-sondes avec une seule sonde centrale devient alors inutile, ce qui fait que le servo-orienteur du rotor du transformateur de coordonnées, n'a plus à être lié au porte-sondes et peut former un ensemble indépendant de la cuve rhéographique (figure 52).

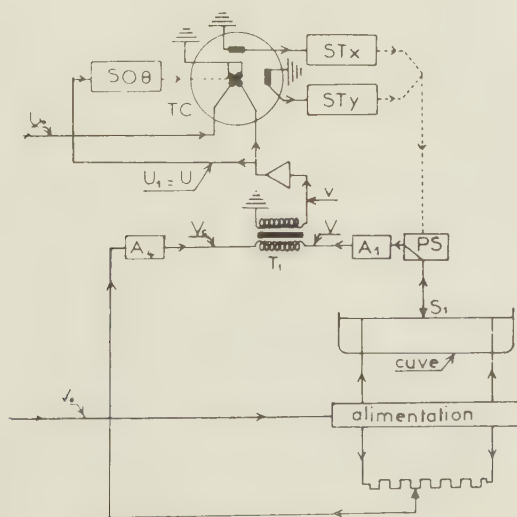


fig. 52 Traceur de lignes équipotentiellles à une sonde

I-5.4.1. Système de mesure de gradient

Rappelons les différents éléments que nous avons déjà introduits au paragraphe II-3 et III-2.3.2., première partie.

L'ensemble comprend :

- Trois sondes S_1, S_2, S_3 , fixées sur une même porte-sondes avec les trois amplificateurs associés A_1, A_2, A_3 .
- Deux transformateurs à écrans T_2, T_3 , pour mesurer deux différences de potentiel, soit :
 - a) V_2 mesurant le gradient au voisinage des sondes S_1 et S_2
 - b) V_3 entre la sonde centrale S_1 et la sonde tangentielle S_3 , qui mesure l'écart angulaire du porte-sondes par rapport aux lignes équipotentiellles. Cette tension, amplifiée, (U_3) commande le servo-orienteur $SO\alpha$ du porte-sondes PS.
- Un amplificateur d'isolement supplémentaire A_4 permet de former la tension d'erreur de mesure de gradient u_2 . Cette tension amplifiée (U_2) représente la seule information qui conduit le traceur. Notons que la tension u_2 a une phase constante déterminée par les conditions de stabilité du servo-orienteur $SO\alpha$ et par la géométrie du porte-sondes ; on en tient compte en alimentant le potentiomètre de référence de façon asymétrique.

I-5.4.2. Servomécanismes de tracé proprement dit

Les servomécanismes de tracé comprennent :

- Un transformateur de coordonnées TC, alimenté au rotor par les tensions de balayage U_0 et d'erreur amplifiée $U = U_2$.
- Deux servotranslateurs ST X et ST Y, commandés par les tensions statoriques du transformateur de coordonnées U_x et U_y .
- Un servo-orienteur $SO\theta$ alimenté par la tension d'erreur de mesure de gradient amplifiée U_2 orientant le rotor de transformateur de coordonnées TC.

Chapitre II

Mode du traceur de lignes isogradientes

Nous avons vu qu'il est possible de considérer le traceur de lignes isogradientes comme un cas particulier des traceurs de lignes isométriques, qu'ils soient à une ou plu-

sieurs informations d'erreur. Nous avons aussi précisé que le nombre des informations déterminant la nature du traceur, et que le nôtre, relatif aux lignes isogradientes, n'en utilise qu'une seule. Nous pouvons donc étudier la partie servomécanismes, qui est identique pour tous les systèmes utilisant le même nombre d'informations, en considérant un traceur isométrique quelconque à une seule information. Il existe un cas particulièrement simple : le traceur de lignes équipotentielle à une sonde, et c'est pourquoi nous allons analyser son fonctionnement et sa précision.

Nous étudierons d'abord les principaux éléments constituant les servomécanismes employés : servotranslateurs, servo-orienteurs, et transformateur de coordonnées, puis en réunissant ces différents éléments, nous formerons l'ensemble traceur de lignes isométriques.

Pour l'étude de la stabilité, nous avons choisi une méthode analytique utilisant le critère de ROUTH - HURWITZ qui permet, à partir de la détermination des constantes électromécaniques des éléments de base, de prévoir les limites de stabilité d'un ensemble. Cette méthode est très souple quand on veut faire varier deux paramètres indépendants, ce qui rend difficilement applicables des méthodes telles que celle de NYQUIST. Si, comme nous l'avons fait, nous connectons de diverses manières les différents éléments de base, seul le calcul est modifié, toujours à partir des mêmes déterminations expérimentales. Si ces déterminations sont entachées d'erreur, nous pouvons cependant faire d'utiles comparaisons entre les différents montages.

De plus, et bien que déjà connue, nous reprendrons l'étude du traceur à deux informations d'erreur pour montrer que la réduction du nombre des informations réduit la stabilité sans diminuer notablement la précision.

II-1. Éléments fondamentaux des traceurs automatiques

II-1.1. Servotranslateurs

Un servotranslateur analogue à celui que nous avons introduit aux paragraphes V-3., première partie, et I-1., 2ème partie, dans l'exposé des principes des traceurs automatiques, peut être simplement constitué par un amplificateur de commande alimentant un moteur diphasé.

L'amortissement dû au moteur est généralement insuffisant ; il s'ensuit que la constante de temps propre est trop élevée et que la proportionnalité de la vitesse à la tension d'entrée est mauvaise, ce qui est particulièrement gênant pour le mouvement de balayage à vitesse constante.

II-1.1.1. Amortissement

Un amortissement supplémentaire s'obtient en ajoutant à la tension d'entrée une tension proportionnelle à la vitesse, délivrée par un générateur tachymétrique.

ette tension amplifiée, appliquée au moteur avec le signe convenable, donne une force de freinage proportionnelle à la vitesse (figure 54).

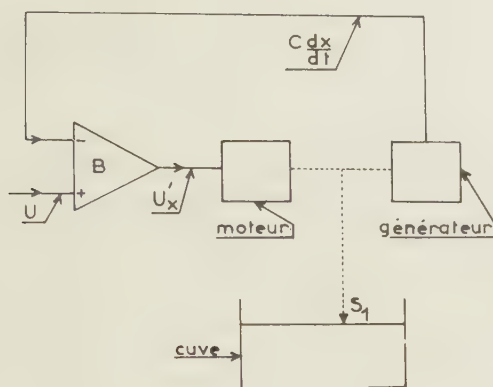


fig. 54 Amortissement tachymétrique

Examinons le fonctionnement de ce système.

Le mouvement n'ayant qu'un seul degré de liberté, rapportons les grandeurs mécaniques à une translation simple sur l'axe Ox.

Désignons par F la force motrice, F' la force de freinage mécanique, par M la masse réduite de l'ensemble mobile. Nous pouvons écrire pour le servotranslateur (X) :

1.1.1.a.
$$M \frac{d^2 x}{dt^2} + F' = F$$

Le générateur tachymétrique (G) fournit une tension $C \frac{dx}{dt}$ qui, soustraite de la tension d'entrée U, donne aux bornes du moteur (M) :

1.1.1.b.
$$U'_x = B \left(U - C \frac{dx}{dt} \right)$$

En linéarisant la caractéristique couple-vitesse-tension du moteur, nous pouvons écrire :

1.1.1.c.
$$F = D U'_x - f_1 \frac{dx}{dt}$$

;

1.1.1.d.
$$F = B D U - (B D C + f_1) \frac{dx}{dt}$$

L'équation du mouvement s'écrit :

$$\text{II-1.1.1.e.} \quad M \frac{d^2 x}{dt^2} + (BDC + f_1) \frac{dx}{dt} + F' = BDU$$

En négligeant les forces de frottement dont nous verrons plus loin l'incidence sur les performances du traceur, nous pouvons écrire :

$$\text{II-1.1.1.f.} \quad \tau_o \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} = KU$$

avec

$$\text{II-1.1.1.g.} \quad \tau_o = \frac{M}{BDC + f_1}$$

et

$$\text{II-1.1.1.h.} \quad K = \frac{BD}{BDC + f_1}$$

Pour que la rétroaction de vitesse produise un amortissement, nous donnons au gain B le signe convenable.

La constante de temps τ_o peut théoriquement être rendue aussi faible qu'on le désire en augmentant le gain B . Toutefois, on est limité dans ce sens par la saturation. En effet, parmi les différentes tensions d'entrée, la tension U vient d'amplificateurs sélectifs ou du générateur pilote et présente donc peu de distorsions et d'harmoniques. Par contre, le terme $C \frac{dx}{dt}$ issu du générateur tachymétrique, présente des fluctuations d'amplitude et des harmoniques dus aux non-linéarités, du circuit magnétique du générateur ; ceux-ci saturent l'amplificateur et échauffent le moteur.

La constante de temps τ_o ne peut donc descendre au-dessous d'une certaine valeur limite, déterminée principalement par la qualité du générateur tachymétrique.

L'ensemble qui vient d'être décrit est utilisé, ainsi que nous l'avons vu, en servotranslateur à vitesse constante ou en asservissement de position.

II-1.1.2. Servotranslateur à vitesse constante

En régime uniforme, nous avons :

1.1.2.a.

$$\frac{dx}{dt} = KU = \frac{U}{C}$$

négligeant les forces de frottement mécaniques ; la vitesse est donc proportionnelle à la tension appliquée U et sa grandeur dépend uniquement de générateur tachymétrique (G). Ainsi en appliquant une tension constante U_0 , nous imposons à la sonde une vitesse constante de balayage.

II-1.1.3. Asservissement de position

Nous avons la disposition de la figure 55. Supposons que la sonde ne se trouve pas exactement sur la ligne, mais soit éloignée de la distance x de la position d'équilibre, supposée fixe. Supposons le gradient électrique E uniforme et parallèle à l'axe Ox ; nous avons :

1.1.3.a.

$$u = -Ex$$

1.1.3.b.

$$U = Au$$

1.1.3.c.

$$\tau_0 \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} = KAE x$$

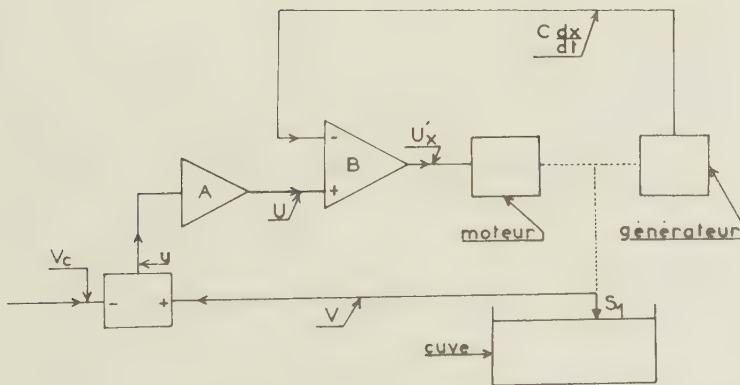


fig. 55 Asservissement de position

Cette dernière équation représente un mouvement stable de la sonde, si le coefficient KAE est positif. Il suffit de choisir le signe de A puisque le signe de E est déjà déterminé par la condition d'amortissement. Le mouvement de la sonde est amorti et tend vers la position d'équilibre : $x = 0$.

D'après les expressions que nous venons d'établir, nous pourrions croire qu'il est possible d'améliorer la rapidité de réponse et la précision du servotranslateur en augmentant les gains A et B. Nous venons de montrer les limites que peut atteindre le gain B. Le gain A est limité par la constante de temps des amplificateurs sélectifs. Evaluons cette constante de temps. Le signal d'erreur, dans le système à courants porteurs que nous utilisons, est représenté par l'amplitude d'une tension alternative. La tension d'erreur instantanée a pour expression :

II-1.1.4.a.

$$u' = u \sin \omega_0 t$$

Si on analyse le comportement des amplificateurs sélectifs, les changements apportés à l'amplitude et à la phase du signal d'erreur sont analogues à ceux d'un amplificateur qui amplifie seulement u et non u' et qui est constitué par un tube de gain A_m précédé d'un réseau résistance capacité. (A_m est le gain de l'amplificateur sélectif à la fréquence porteuse de 425 Hz), (figure 56). On a :

II-1.1.4.b.

$$RC = \tau = \frac{2Q}{\omega_0}$$

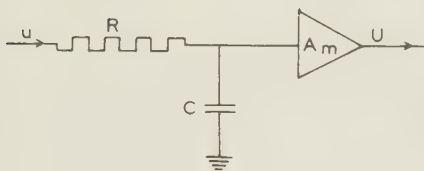


fig. 56 Amplificateur sélectif (schéma équivalent)

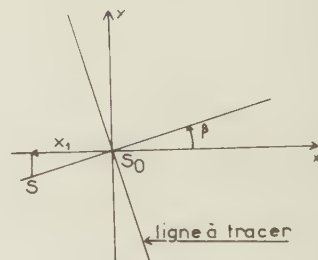


fig. 57 Erreur de position

Si on admet que l'impédance d'entrée de l'amplificateur est infinie, on a :

II-1.1.4.c.

$$A_m u = \tau \frac{dU}{dt} + U$$

Reprenons les équations de fonctionnement en tenant compte de ces résultats. En éliminant U entre les équations II-1.1.1.f., II-1.1.3.a., II-1.1.4.c., il vient :

$$\text{II-1.1.4.d.} \quad \tau \tau_0 \frac{d^3 x}{dt^3} + (\tau + \tau_0) \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} + KA_m E x = 0$$

dont la transformée de FOURIER est :

II-1.1.4.e.

$$\tau \tau_0 p^3 + (\tau + \tau_0) p^2 + p + KA_m E = 0$$

pour ce polynôme en p , les conditions de stabilité de ROUTH sont :

que tous les coefficients soient positifs

que l'on ait :

1.1.4.f.

$$\begin{vmatrix} 1 & KA_m E \\ \tau_0 \tau & \tau + \tau_0 \end{vmatrix} > 0$$

La première condition a déjà été satisfaite ; il suffit de connecter convenablement les amplificateurs.

La seconde condition exige :

1.1.4.g.

$$\tau + \tau_0 = KA_m E \tau_0 \tau > 0$$

ou encore

$$A_m E \frac{1}{K} \left(\frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau} \right) = \frac{1}{KT}$$

avec

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{\tau} + \frac{1}{\tau_0}$$

Nous constatons donc que le produit du gradient électrique E par le gain à la fréquence porteuse de l'amplificateur sélectif A_m doit être inférieur à une valeur déterminée par les éléments constitutifs du servotranslateur. Nous allons en examiner les conséquences.

II-1.1.5. Déplacement de l'équilibre - Erreurs systématiques.

Nous avons envisagé jusqu'à présent le cas d'une position d'équilibre stable. Si nous déplaçons constamment l'équilibre, il apparaît des erreurs systématiques de position de la sonde. Nous allons les évaluer.

Effectuons le tracé d'une ligne inclinée, avec comme axe de l'asservissement l'axe Ox , et comme axe de balayage l'axe Oy (figure 57).

Soient S_0 la projection sur la ligne de la sonde S , et $x_0 + x'_0 t$ l'abscisse de ce point. L'abscisse de la sonde est :

$$\text{II-1.1.5.a.} \quad x = x_0 + x'_0 t + x_1$$

d'où, en dérivant :

$$\text{II-1.1.5.b.} \quad \frac{dx}{dt} = x'_0 + \frac{dx_1}{dt}$$

La normale à la ligne à tracer faisant un angle β avec Ox , nous avons :

$$\text{II-1.1.5.c.} \quad x'_0 = -y'_0 \operatorname{tg} \beta$$

où la vitesse y'_0 est supposée constante.

Sur le schéma, il apparaît que :

$$\text{II-1.1.5.d.} \quad x_1 = h \cos \beta$$

donc :

$$\text{II-1.1.5.e.} \quad u = -Eh = \frac{-Ex_1}{\cos \beta}$$

L'équation générale devient :

$$\text{II-1.1.5.f.} \quad \tau \tau_0 \frac{d^3 x_1}{dt^3} + (\tau_0 + \tau) \frac{d^2 x_1}{dt^2} + \frac{dx_1}{dt} + \frac{KA_m E x_1}{\cos \beta} = y'_0 \operatorname{tg} \beta$$

En régime permanent, l'erreur systématique de position h_s correspond à :

$$\text{II-1.1.5.g.} \quad \frac{d^3 x_1}{dt^3} = \frac{d^2 x_1}{dt^2} = \frac{dx_1}{dt} = 0$$

h_s est alors déterminée par :

$$\text{II-1.1.5.h.} \quad U = A_m E h_s = C y'_0 \operatorname{tg} \beta$$

c'est-à-dire :

$$\text{II-1.1.5.i.} \quad h_s = \frac{C y'_0 \operatorname{tg} \beta}{A_m E} = \frac{U_0 \operatorname{tg} \beta}{A_m E} = \frac{U}{A_m E}$$

erreur systématique de potentiel $V_s = -Eh$ est :

1.5.j.
$$V_s = \frac{-U_o \operatorname{tg} \beta}{A_m}$$

Dans le procédé de tracé des lignes fermées par commutation des potentiomètres supposés identiques, les déplacements suivant les axes Ox et Oy sont régis par les mêmes lois. A la commutation, lorsque $\beta = \frac{\pi}{4} + k\pi$, les erreurs systématiques prennent la valeur :

1.5.k.
$$h_{sc} = \frac{U_o}{A_m E}$$

1.5.l.
$$V_{sc} = \frac{U_o}{A_m}$$

En se reportant aux limites du gain A_m imposées par les conditions de stabilité, nous obtenons :

1.5.m.
$$h_{sc} \geq \frac{T U_o}{C}$$

Cette expression de l'erreur systématique à la commutation a une limite finie puisqu'il n'est pas possible de diminuer T ; en effet, on ne peut diminuer ni la constante de temps électromécanique τ_o à cause de la saturation des amplificateurs résultant de l'augmentation du gain B , ni la constante de temps des amplificateurs sélectifs τ à cause de l'élargissement de la bande passante qui en résulterait (paragraphes II-1.1.1., II-1.1.4.).

Au cours d'un tracé, pour les valeurs élevées du gradient E , il est toujours possible de diminuer le gain A_m par l'action d'un potentiomètre, pour maintenir le produit $A_m E$ égal à une valeur correspondant à la limite de stabilité. De cette façon, on a à la commutation une erreur géométrique constante.

Lorsque le gradient E diminue, en opérant comme précédemment, le gain A_m croît pour atteindre une valeur maximale, déterminée par la saturation des amplificateurs due aux tensions parasites venant de la cuve. L'erreur systématique de potentiel à la commutation reste constante, cependant que l'erreur systématique de position ne cesse d'augmenter (voir page 58).

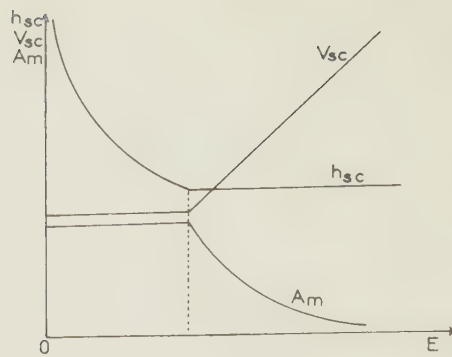


fig. 58 Erreurs systématiques

II-1.2. Servo-orienteur

Dans l'exposé du principe des traceurs de lignes fermées, nous avons introduit des servo-orienteurs. Ces éléments fonctionnent sur le même principe que les servotranslateurs. Mais, alors que ces derniers sont utilisés à deux fins : vitesse de balayage constante, et asservissement de position, les servo-orienteurs sont uniquement employés comme asservissements de position angulaire.

II-1.2.1. Asservissement de position angulaire

Par analogie avec les servotranslateurs, nous pouvons écrire l'équation de fonctionnement du servo-orienteur :

II-1.2.1.a.

$$\tau_1 \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \frac{d\alpha}{dt} = K_3 U_3$$

avec :

$$\tau_1 = \frac{I}{f_3}$$

où I est le moment d'inertie total des parties tournantes, f_3 et K_3 sont des coefficients analogues à ceux introduits dans l'étude des servotranslateurs, U_3 étant la tension d'entrée et α l'angle définissant la position de l'organe entraîné.

Examinons le cas du servo-orienteur du porte-sondes.

La position angulaire du porte-sondes est définie par l'angle α_1 fait la direction commune des sondes S_1 et S_3 avec l'axe Ox . Nous pouvons introduire l'angle

II-1.2.1.b.

$$\gamma = \alpha_1 - \beta - \frac{\pi}{2}$$

représente l'erreur angulaire du porte-sondes (figure 59).

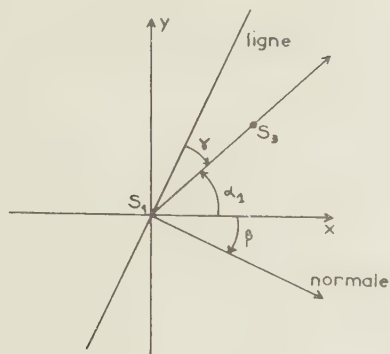


fig. 59 Disposition des sondes

La différence de potentiel entre les sondes S_1 et S_3 distantes

a_1 est :

1.2.1.c.

$$v_3 = -E a_1 \cos(\alpha_1 - \beta)$$

encore :

1.2.1.d.

$$v_3 = -E a_1 \sin \gamma$$

L'utilisation d'un amplificateur sélectif de la tension d'erreur v_3 nous amène à écrire une relation analogue à celle qui a été établie au paragraphe III-1.1.4.

1.2.1.e.

$$U_3 + \tau_3 \frac{dU_3}{dt} = A_{m3} v_3$$

τ_3 et A_{m3} sont respectivement la constante de temps et le gain à la fréquence porteuse de l'amplificateur sélectif.

éliminant U_3 , on obtient :

$$1.2.1.f. \quad \tau_3 \tau_1 \frac{d^3 \gamma}{dt^3} + (\tau_3 + \tau_1) \frac{d^2 \gamma}{dt^2} + \frac{d\gamma}{dt} + K_3 A_{m3} E a_1 \sin \gamma = 0$$

Pour les petits mouvements autour de l'équilibre, nous pouvons écrire la condition de stabilité suivante :

1.2.1.g.

$$\begin{vmatrix} 1 & K_3 A_{m3} E a_1 \\ \tau_3 \tau_1 & \tau_3 + \tau_1 \end{vmatrix} > 0$$

Ce qui s'écrit :

II-1.2.1.h.

$$A_{m3} E_{a_1} < \frac{1}{K_3} \left(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_3} \right) = \frac{1}{K_3 T_1}$$

avec :

$$T_1 = \frac{\tau_1 \tau_3}{\tau_1 + \tau_3}$$

Ainsi, comme pour les servotranslateurs, nous retrouvons une limite maximale du gradient E à ne pas dépasser pour conserver la stabilité du servo-orienté

II-1.3. Description des servomécanismes de base

Nous allons écrire un ensemble type : le servo-orienteur du transformateur de coordonnées.

L'organe entraîné est ici un transformateur de coordonnées, et si les autres servo-mécanismes ont des parties mécaniques différentes, l'électronique reste la même.

Le montage comprend un amplificateur de commande, un amplificateur d'excitation, un moteur (M), et un générateur tachymétrique (G), et un réducteur (R), (figure 60).

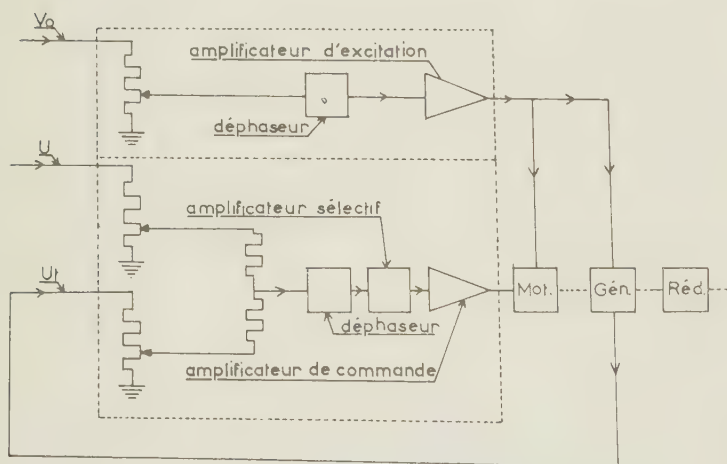


fig. 60 Servomécanisme de base (principe)

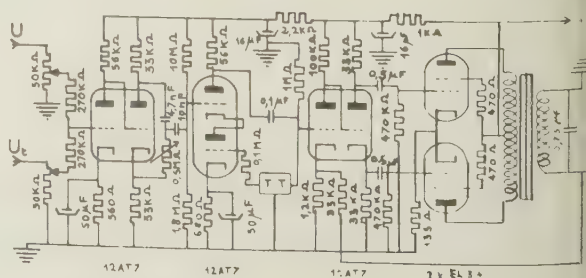


fig. 61 Amplificateur de commande

II-1.3.1. Amplificateurs de commande

L'amplificateur de commande introduit au paragraphe II-1.1.1., ne partie, comprend quatre étages principaux : - un préamplificateur sommateur, un déphaseur, un amplificateur sélectif, et un amplificateur de puissance, (figure 61).

a) Préamplificateur sommateur

La tension d'entrée U et la tension tachymétrique U_t sont appliquées aux potentiomètres. Leur curseur est relié à une résistance de $500\text{ K}\Omega$, de sorte que le potentiel du point de jonction des résistances est voisin de $\frac{U + U_t}{2}$. Ce point est directement relié à la grille d'entrée du préamplificateur.

En régime permanent, les tensions U et U_t sont pratiquement imposées et leur somme a une amplitude relativement faible.

b) Déphaseur

Nous avons placé à la suite un déphaseur pour fournir au moteur une tension de commande dont la phase convenable, c'est-à-dire en quadrature avec la tension d'excitation compte tenu des différents autres déphasages imposés par construction.

c) Amplificateurs sélectifs

Les harmoniques provenant du générateur tachymétrique ne produisent aucun couple moteur puisqu'ils ne sont pas à la fréquence porteuse ; leur présence est nuisible à cause de la saturation et de l'échauffement produit dans le moteur. Le rôle de l'amplificateur sélectif est de les atténuer.

Le principe de cet amplificateur est le même que celui des amplificateurs sélectifs de la tension d'erreur. Cependant, ils ne comportent qu'un seul étage et leur bande passante est relativement large (70 Hz). La constante de temps correspondante est faible et nous pouvons négliger dans l'étude théorique.

d) Amplificateur de puissance

Cet amplificateur, du type push-pull, fournit la puissance de commande du moteur (12 W) avec une bonne marge de sécurité puisque la puissance disponible est de 12 W, ce qui permet un bon fonctionnement en régime transitoire.

Une capacité d'accord est branchée en parallèle sur l'enroulement de commande pour que l'impédance de charge de l'amplificateur soit pratiquement résistive. Un circuit à rétro-action de tension permet de réduire le taux de distorsion propre de l'amplificateur à une valeur négligeable. De plus, la faible impédance de la source augmente l'amortissement propre du moteur.

II-1.3.2. Amplificateur d'excitation

Cet amplificateur comprend un déphaseur et un amplificateur de puissance (figure 62).

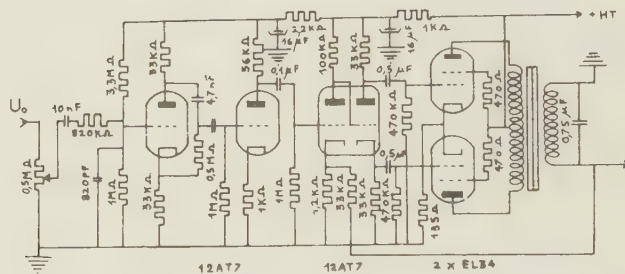


fig. 62 Amplificateur d'excitation

a) Déphaseur

Le rôle de cet étage est de déphaser la tension commune d'excitation du moteur et du générateur pour que la tension tachymétrique soit en opposition de phase avec la tension d'entrée U , elle-même en phase avec V_o .

b) Amplificateur de puissance

Cet élément est identique à celui qui amplifie la tension de commande du moteur. Il alimente en parallèle les enroulements d'excitation du moteur et du générateur tachymétrique. Un condensateur branché aux bornes de ceux-ci permet de rendre résistive l'impédance de charge de l'amplificateur. Notons que le mode de fonctionnement de l'ensemble rhéographique avec un générateur pilote de faible puissance impose la présence de cet amplificateur, alors que d'autres réalisations comportant un réseau de puissance à 400 Hz n'ont pas cette exigence.

II-1.3.3. Moteur

Le moteur est du type asynchrone diphasé avec un rotor de faible inertie. Les tensions maximales applicables aux enroulements d'excitation et de commande sont de 115 V à 400 Hz.

L'amortissement propre du moteur diphasé est d'autant plus grand que l'impédance d'alimentation du moteur est plus faible. Nous n'avons donc pas alimenté les enroulements d'excitation à travers une capacité comme est d'usage courant, mais directement par un amplificateur à faible impédance de sortie.

II-1.3.4. Générateur tachymétrique

Ce générateur, du type asynchrone diphasé, est d'une conception analogue à celle du moteur. Il est accouplé sans jeu sur l'axe de sortie de celui-ci. La tension induite dans la phase de sortie, nulle à l'arrêt, est proportionnelle à la vitesse de rotation du moteur. Pour maintenir cette proportionnalité, il est cependant nécessaire d'avoir un courant d'excitation constant, ce qui est vrai si la vitesse de rotation reste faible devant la vitesse de synchronisme. La tension tachymétrique a une amplitude de 3 V à 1000 t/mn. La phase relative introduite est voisine de -30° .

II-1.3.5. Réducteur

Lors de l'établissement d'un projet de servomécanisme, le choix du rapport de réduction mécanique résulte d'un compromis entre les qualités dynamiques et statiques. Pour obtenir les meilleures performances dynamiques, il faut adapter les inerties I_1 et I_2 situées de part et d'autre du réducteur. Il apparaît ainsi un rapport de réduction optimal k_1 tel que :

$$\frac{I_2}{I_1} = k_1^2$$

Pour obtenir les meilleures performances statiques, il faut tenir compte des forces de frottement de COULOMB. Pour réduire l'influence des frottements de l'organe entraîné, on est conduit à adopter un rapport de réduction aussi élevé que possible. Toutefois, l'amélioration devient négligeable dès que le rapport k_1 dépasse une valeur k_2 telle que :

$$\frac{F_2}{F_1} = k_2$$

F_1 et F_2 sont les forces de frottement ramenées de part et d'autre du réducteur. Les deux conditions précédentes deviennent parfois incompatibles quand les frottements de l'organe entraîné sont importantes, par exemple en présence de contacts glissants et d'une inertie faible de l'organe entraîné.

Pour réduire les frottements et les jeux entre les parties mobiles, les constructeurs maintiennent des groupes moteur-générateur-réducteur en une seule machine.

II-1.4. Transformateur de coordonnées

Le transformateur de coordonnées est une machine tournante bien connue (réf. 37), analogue à une machine d'induction, dont le stator et le rotor sont diphasés et comportent chacun deux enroulements perpendiculaires. Ainsi, les inductances mutuelles entre les enroulements d'une même armature sont nulles ; de plus, comme des armatures sont lisses les paramètres électriques propres des différents enroulements sont constants et indépendants de la position du rotor. La machine est construite pour que les variations des inductances mutuelles soient sinusoïdales en fonction de l'angle θ entre rotor et stator.

II-1.4.1. Equations électriques de fonctionnement

Les enroulements du rotor sont alimentés par les tensions d'erreur et de balayage U_o . Les tensions induites U_x et U_y dans les enroulements statoriques, commandent les déplacements des servotranslateurs d'axes Ox et Oy . De plus, i_1, i_2, i_3, i_4 , sont les courants dans les enroulements. En négligeant les termes dus à la vitesse de rotation du rotor, ce qui est légitime puisque $\frac{d\theta}{dt}$ est faible devant ω_o , les relations qui lient les courants et les tensions correspondantes s'écrivent sous la forme d'une matrice symétrique qui est la suivante :

$$\text{II-1.4.1.a.} \quad \begin{pmatrix} U_o \\ U \\ U_x \\ U_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 + jL_{11}\omega_o & 0 & jM_{13}\omega_o & jM_{14}\omega_o \\ 0 & R_1 + jL_{22}\omega_o & jM_{23}\omega_o & jM_{24}\omega_o \\ jM_{31}\omega_o & jM_{32}\omega_o & R_3 + jL_{33}\omega_o & 0 \\ jM_{41}\omega_o & jM_{42}\omega_o & 0 & R_4 + jL_{44}\omega_o \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \end{pmatrix}$$

Lorsque le stator n'est pas chargé, on a sensiblement, en négligeant les chutes de tensions ohmiques :

$$\text{II-1.4.1.b.} \quad U_x = \frac{M_{13}}{L_{11}} U_o + \frac{M_{23}}{L_{22}} U \quad U_y = \frac{M_{14}}{L_{11}} U_o + \frac{M_{24}}{L_{22}} U$$

En tenant compte du rapport de transformation qui est égal à un. En négligeant les inductances de fuites entre rotor et stator, nous avons (figure 63) :

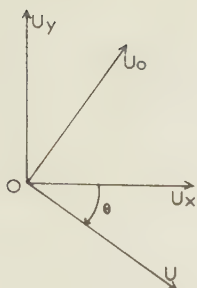


fig. 63 Axes des enroulements

1.4.1.c.

$$\begin{cases} U_x = U \cos \theta - U_o \sin \theta \\ U_y = U \sin \theta + U_o \cos \theta \end{cases}$$

II-1.4.2. Application aux servomécanismes

Introduisons le transformateur de coordonnées dans l'ensemble des servotranslateurs déjà analysés et reprenons les équations de fonctionnement.

Par extension des équations déjà établies, nous avons pour les deux servotranslateurs :

1.4.2.a.

$$\begin{cases} \tau'_1 \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} = K_1 U_x \\ \tau'_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} = K_2 U_y \end{cases}$$

En tenant compte du fait que le transformateur de coordonnées aligne les deux servotranslateurs (STX) et (STY), il vient :

1.4.2.b.

$$\begin{cases} \tau'_1 \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} = K_1 (U \cos \theta - U_o \sin \theta) \\ \tau'_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} = K_2 (U \sin \theta + U_o \cos \theta) \end{cases}$$

Pour représenter le tracé d'une ligne inclinée, nous posons :

1.4.2.c.

$$\begin{cases} x = x_o + x_1 \\ y = y_o + y_1 \end{cases}$$

où x_o et y_o sont les coordonnées de S_o , projection de S_1 sur la ligne à tracer. Si x'_o et y'_o sont les projections de la vitesse s'_o du point S_o (figure 64), nous avons :

II-1.4.2.d.

$$\begin{cases} x'_o = -s'_o \sin \beta \\ y'_o = s'_o \cos \beta \end{cases}$$

Nous avons alors : $\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{d^2 x_1}{dt^2} ; \quad \frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{d^2 y_1}{dt^2}$

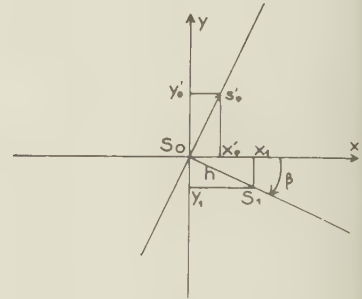


fig. 64 Mouvements de la sonde

$$\frac{dx}{dt} = x'_o + \frac{dx_1}{dt} ; \quad \frac{dy}{dt} = y'_o + \frac{dy_1}{dt}$$

ce qui donne pour les écarts de position de la sonde :

II-1.4.2.e.

$$\begin{cases} \mathcal{U}'_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} + \frac{dx_1}{dt} + x'_o = K_1 (U \cos \theta - U_o \sin \theta) \\ \mathcal{U}'_2 \frac{d^2 y_1}{dt^2} + \frac{dy_1}{dt} + y'_o = K_2 (U \sin \theta + U_o \cos \theta) \end{cases}$$

D'autre part, nous avons :

II-1.4.2.f.

$$\begin{cases} x_1 = h \cos \beta \\ y_1 = h \sin \beta \end{cases}$$

soit :

II-1.4.2.g.

$$h = x_1 \cos \beta + y_1 \sin \beta$$

où h est l'écart normal de la sonde par rapport à la ligne.

Notons que le dispositif mécanique que nous employons est tel que M_1 est différent de M_2 puisque dans le mouvement suivant Ox , seule intervient la masse du chariot alors que dans le mouvement suivant Oy , la masse du pont vient s'ajouter. Bien que la masse de celui-ci ne doit pas être négligeable, nous posons pour simplifier :

$$M_1 = M_2 = M$$

On obtient finalement :

$$\text{1.4.2.h.} \quad \tau_o \frac{d^2 h}{dt^2} + \frac{dh}{dt} + x'_o \cos \beta + y'_o \sin \beta = -KU_o (\cos \beta \sin \theta - \sin \beta \cos \theta) \\ + KU (\cos \beta \cos \theta + \sin \beta \sin \theta)$$

Les paramètres électriques étant réglables, nous avons posé :

$$K_1 = K_2 = K \quad \text{et} \quad \tau'_1 = \tau'_2 = \tau_o$$

L'équation devient :

$$\text{1.4.2.i.} \quad \tau_o \frac{d^2 h}{dt^2} + \frac{dh}{dt} = KU \cos (\theta - \beta) - KU_o \sin (\theta - \beta)$$

Il définit l'écart normal dans le cas du mouvement uniforme troublé.

La vitesse de balayage s'_o est donnée par :

$$\text{1.4.2.j.} \quad s'_o = -x'_o \sin \beta + y'_o \cos \beta$$

Si x_1 est constante, nous avons :

$$\text{1.4.2.k.} \quad s'_o = KU \cos (\theta - \beta) + KU \sin (\theta - \beta)$$

II-1.4.3. Circuits d'alimentation

Les enroulements sont le siège d'une dissipation énergétique dans la résistance ohmique des bobinages et dans les circuits magnétiques que nous avons négligée en première approximation. En tenant compte de ces pertes, ainsi que de la résistance interne de l'étage d'alimentation, on constate que les tensions induites au stator sont déphasées par rapport à la tension d'entrée de l'étage d'alimentation.

L'alimentation des enroulements par des étages à faible impédance de sortie, à charge cathodique, permet de réduire ces déphasages. Leur résidu est annulé grâce à des capacités disposées en parallèle sur les enroulements du rotor. Chaque enroulement est

alors alimenté selon la figure 65.

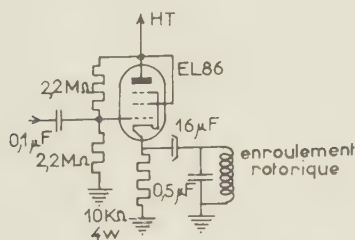


fig. 65 Circuits d'alimentation

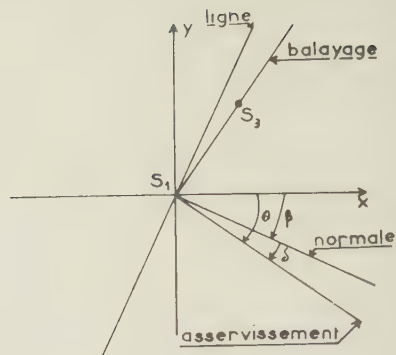


fig. 66 Axes des mouvements

II-2. Fonctionnement du traceur à deux informations d'erreur

Pour évaluer la qualité relative de notre traceur à une information d'erreur, nous allons faire l'étude du traceur de lignes équipotentiellles à deux sondes, considéré comme un cas particulier simple de traceur à deux informations.

II-2.1. Equations des petits mouvements

Examinons le fonctionnement du traceur complet de lignes équipotentiellles à deux sondes. La liaison mécanique entre le transformateur de coordonnées et le porte-sondes est telle que l'axe de l'enroulement de balayage est parallèle à la direction qui joint les sondes S_1 et S_3 , ce qui exige : $\alpha = \theta$, or $\theta - \beta = \delta$, $\alpha - \beta = \gamma$, ce qui entraîne $\gamma = \delta$; les définitions des angles étant les suivantes (figure 66) :

α est l'angle avec Ox de la droite qui joint les sondes S_1 et S_3

β est l'angle avec Ox de la normale à la ligne équipotentielle ou isométrique

θ est l'angle avec Ox de l'axe de l'enroulement de correction du transformateur de coordonnées.

L'équation des écarts normaux, n° II-1.4.2.i., devient :

$$\text{II-2.1.a.} \quad \tau_o \frac{d^2 h}{dt^2} + \frac{dh}{dt} = K (U \cos \delta - U_o \sin \delta)$$

Les petits mouvements autour de l'équilibre obéissent à l'équation :

$$\text{II-2.1.b.} \quad \tau_o \frac{d^2 h}{dt^2} + \frac{dh}{dt} = K (U - U_o \delta)$$

En tenant compte de la constante du temps de l'amplificateur sélectif qui donne :

II-2.1.c.

$$U + \tau \frac{dU}{dt} = -A_m E h$$

On obtient finalement :

II-2.1.d.

$$\tau \tau_o \frac{d^3 h}{dt^3} + (\tau + \tau_o) \frac{d^2 h}{dt^2} + \frac{dh}{dt} + K A_m E h + \tau K U_o \frac{d\delta}{dt} + K U_o \delta = 0$$

Cette équation fait apparaître le couplage entre les servo-mécanismes agissant sur les écarts en h et en δ .

Avec l'équation de fonctionnement du servo-orienteur n° II-1.2.1.f. déjà établie et puisque $\gamma = \delta$, nous obtenons le système suivant :

$$\tau \tau_o \frac{d^3 h}{dt^3} + (\tau + \tau_o) \frac{d^2 h}{dt^2} + \frac{dh}{dt} + K A_m E h + \tau K U_o \frac{d\delta}{dt} + K U_o \delta = 0$$

II-2.1.e.

$$\tau_3 \tau_1 \frac{d^3 \delta}{dt^3} + (\tau_3 + \tau_1) \frac{d^2 \delta}{dt^2} + \frac{d\delta}{dt} + K_3 A_{m3} E a_1 \delta = 0$$

Le couplage est unidirectionnel puisque, si les écarts angulaires influent sur les écarts de position, l'inverse n'est pas vrai.

II-2.2. Stabilité

La stabilité de l'ensemble peut s'étudier en analysant séparément chaque équation du système sans tenir compte des termes de couplage. Nous aboutissons de la sorte à deux équations linéaires du troisième ordre analogues à celles que nous avons établies pour le servotranslateur et le servo-orienteur. Ainsi, pour conserver la stabilité du traceur, nous sommes conduits à une double limitation de gain et de gradient :

$$A_m E < \frac{1}{KT}$$

II-2.2.a.

$$A_{m3} E < \frac{1}{K_3 T_1 a_1}$$

Si le gradient E devient trop élevé pour conserver la stabilité du traceur, il devient nécessaire de diminuer simultanément les gains A_m et A_{m3} intéressant les servotranslateurs et le servo-orienteur, par le jeu de potentiomètre de réglage.

II-2.3. Déplacement de l'équilibre - Erreurs systématiques

Comme pour le traceur de lignes équipotentiellles quasi-rectilignes, il est possible d'évaluer les erreurs systématiques. Pour cela, supposons un équilibre, les condi-

tions de stabilité étant satisfaites, et évaluons la différence entre cet équilibre et l'équilibre idéal.

II-2.3.1. Tracés rectilignes

Dans le cas du tracé rectiligne, l'angle β est constant. L'équilibre correspond à $\alpha'' = 0$ et $\alpha' = 0$, donc avec les équations de fonctionnement du servo-orienteur, nous avons : $\gamma = 0$. L'erreur angulaire du porte-sondes est alors nulle et les deux sondes sont sur la même ligne équipotentielle. Si le rotor du transformateur de coordonnées est correctement calé on a : $\delta = 0$, $\theta = \beta$.

Examinons maintenant l'erreur systématique de position dans le cas d'une dissymétrie des servotranslateurs. En régime stationnaire, l'axe de l'asservissement du transformateur de coordonnées est sur la normale à la ligne à tracer. Nous avons :

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = 0 \quad ; \quad \frac{d^2 y}{dt^2} = 0 \quad ; \quad \frac{dx}{dt} = x'_0 \quad ; \quad \frac{dy}{dt} = y'_0$$

Les équations du système II-1.4.2.e. se réduisent à :

$$x'_0 = K_1 (U \cos \beta - U_0 \sin \beta)$$

II-2.3.1.a.

$$y'_0 = K_2 (U \sin \beta + U_0 \cos \beta)$$

Comme d'autre part, nous avons : $\frac{x'_0}{y'_0} = -\tan \beta$, l'erreur systématique h_s est donnée par :

II-2.3.1.b.

$$-\tan \beta = \frac{K_1}{K_2} \frac{-U_0 \tan \beta - A_m E h_s}{U_0 - A_m E h_s \tan \beta}$$

avec $U = -A_m E h_s$, soit :

II-2.3.1.c.

$$K_2 \left(\frac{K_2}{K_1} - 1 \right) U_0 \tan \beta = A_m E h_s \left(1 + \frac{K_2}{K_1} \tan^2 \beta \right)$$

Ainsi, pour avoir $h_s = 0$, il faut que : $K_1 = K_2$ ou $C_1 = C_2$; ce qui revient à dire que l'erreur systématique de position ne peut être nulle que si les constantes des générateurs tachymétriques sont identiques.

II-2.3.2. Influence d'un décalage du rotor du transformateur de coordonnées

Si le rotor du transformateur de coordonnées est mal calé par rap-

ort au porte-sondes, une erreur systématique de position apparaît, même dans un tracé rectiligne.

Reprenons l'équation II-2.1.c., dans le tracé d'une ligne droite inclinée, nous avons maintenant :

$$\text{II-2.3.2.a.} \quad \frac{d^2 h}{dt^2} = \frac{dh}{dt} = 0$$

Ainsi nous avons aussi :

$$\text{II-2.3.2.b.} \quad U \cos \delta - U_0 \sin \delta = 0$$

c'est-à-dire :

$$\text{II-2.3.2.c.} \quad U = U_0 \operatorname{tg} \delta$$

Cette équation est la même que l'équation n° II-1.1.5.i. : $U = U_0 \operatorname{tg} \beta$. Les angles δ et β représentent dans les deux cas le défaut d'orientation de l'axe du balayage par rapport à la ligne à tracer.

On en conclut qu'une erreur de calage ou un défaut d'orientation provoque une erreur de potentiel amplifiée : $U = U_0 \operatorname{tg} \delta$. Si le rotor est mal calé, δ est constant, et il apparaît une erreur de potentiel amplifiée constante. Cependant, cette translation de potentiel est moins gênante que pour le traceur de lignes équipotentiellles quasi-rectilignes, où l'angle β varie constamment au cours du tracé.

L'observation de la tension U , lors du réglage initial, dans le tracé d'une ligne droite permet de connaître la position relative du porte-sondes et du rotor du transformateur de coordonnées et de la corriger.

II-2.3.3. Tracés circulaires

Supposons maintenant que la sonde décrive un cercle à vitesse constante. Soit $R + h$ le rayon de ce cercle. En supposant $h \ll R$, nous avons :

$$\text{II-2.3.3.a.} \quad \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = 0$$

Avec $h = \text{constante}$ et en négligeant le terme du second ordre en U l'équation n° II-1.4.2.k., devient :

$$\text{II-2.3.3.b.} \quad s'_0 = K U_0 = \alpha'_0 (R + h) \approx \alpha'_0 R$$

d'où :

$$\text{II-2.3.3.c.} \quad \alpha'_o = \frac{KU_o}{R}$$

En régime stationnaire, l'équation n° II-1.2.1.a. du servo-orienteur devient :

$$\text{II-2.3.3.d.} \quad \alpha'_o = K_3 U_3 = K_3 A_{m3} E a_1 \gamma$$

Avec les équations n° II-1.2.1.d., et e., il vient :

$$\text{II-2.3.3.e.} \quad \gamma = - \frac{\alpha'_o}{K_3 A_{m3} E a_1} = - \frac{KU_o}{R K_3 A_{m3} E a_1}$$

Introduisons l'accélération normale :

$$\text{II-2.3.3.g.} \quad -\alpha_o'^2 (R+h) \simeq -\alpha_o'^2 R$$

ce qui donne :

$$\text{II-2.3.3.h.} \quad -\zeta_o \alpha_o'^2 R = K (-U_o \gamma + V_{s2})$$

où V_{s2} est l'erreur systématique de potentiel du traceur à deux informations.

A partir des équations d et e, nous obtenons :

$$\text{II-2.3.3.i.} \quad V_{s2} = - \frac{KU_o^2}{R} \left(\frac{1}{K_3 A_{m3} E a_1} + \zeta_o \right)$$

L'erreur systématique de potentiel V_{s2} est donc proportionnelle à la courbure $\frac{1}{R}$ et au carré de la tension de balayage U_o ; elle dépend du gradient E par une fonction décroissante. L'erreur systématique minimale est obtenue quand le terme $K_3 A_{m3} E a_1$ est maximal ; or ce terme ne peut dépasser la valeur $\frac{1}{K_3 T_1}$ quand le servo-orienteur est à la limite de stabilité.

On a :

$$\text{II-2.3.3.j.} \quad V_{s2} = - \frac{KU_o^2}{R} (T_1 + \zeta_o)$$

L'erreur systématique de position h_{s2} s'en déduit, nous avons :

$$\text{II-2.3.3.k.} \quad h_{s2} = - \frac{V_{s2}}{A_m E} = \frac{K U_o^2}{R A_m E} (T_1 + \tau_o)$$

Cette même erreur devient minimale quand le terme $A_m E$ atteint la valeur correspondant à la limite de stabilité $\frac{1}{KT}$, l'expression de l'erreur devient dans ce cas :

$$\text{II-2.3.3.l.} \quad h_{s2} = - \frac{K^2 U_o^2}{R} T (T_1 + \tau_o)$$

Comme $s'_o = K U_o$, il apparaît que l'erreur systématique minimale de position est proportionnelle au carré de la vitesse de balayage s'_o .

II-2.3.4. Influence de la distance finie des sondes

Comme les sondes ne sont pas infiniment voisines, en assimilant la corde joignant les deux sondes S_1 et S_3 à la tangente en S_1 à la ligne équipotentielle, nous commettons une erreur angulaire ϵ définie par (figure 67) :

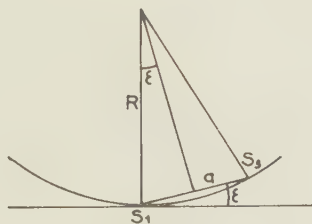


fig. 67 Effet de la courbure

$$\text{II-2.3.4.a.} \quad \frac{a_1}{2R} = \sin \epsilon$$

si $a_1 \ll R$, cette expression devient :

$$\text{II-2.3.4.b.} \quad \epsilon \simeq \frac{a_1}{2R}$$

Cette erreur apparaît avec la courbure de la ligne tracée. Le signe de ϵ est déterminé par la position relative des sondes S_1 et S_3 , la ligne étant orientée. Cette erreur s'ajoute algébriquement aux erreurs systématiques déterminées précédemment. Il est

donc théoriquement possible de choisir la distance et la disposition relative des sondes de façon à annuler les erreurs systématiques. Malheureusement, cette distance dépend du gradient E qui varie dans de larges limites au cours du tracé, ce qui rend illusoire toute compensation exacte. Les erreurs se compensent en partie si la sonde d'orientation S_3 est en équilibre devant la sonde centrale dans le sens du balayage. L'erreur ε tend alors à réduire le retard angulaire δ du servo-orienteur dû à la courbure.

II-3. Fonctionnement du traceur à une information d'erreur

Nous allons étudier le fonctionnement du traceur de lignes équipotentielles à une sonde qui, comme nous l'avons vu, fait partie des traceurs de lignes isométriques à une information d'erreur. Il nous sera facile ensuite d'appliquer les résultats obtenus au traceur de lignes isogradientes.

II-3.1. Equations de fonctionnement

Reprenons l'équation de fonctionnement du servo-orienteur II-1.2.1. a., en tenant compte du fait qu'il est commandé par la tension d'erreur de potentiel amplifié U et non par la tension d'erreur de position angulaire U_3 ; ainsi que nous l'avons vu dans l'exposé du principe (paragraphe I-4.1.2.). Nous avons :

$$\text{II-3.1.a.} \quad \tau_4 \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{d\theta}{dt} = K_4 U$$

L'angle θ définit la position angulaire du rotor du transformateur de coordonnées et non celle du porte-sondes.

Les équations II-1.1.4.c. et II-4.2.1. concernant l'amplificateur sélectif et les servotranslateurs, restent valables.

Examinons le cas du mouvement uniforme troublé. Nous avons :
 $\beta = \text{constante}$ et, puisque $\delta = \theta - \beta$, l'expression a devient :

$$\text{II-3.1.b.} \quad \tau_4 \frac{d^2 \delta}{dt^2} + \frac{d\delta}{dt} = K_4 U$$

Le traceur a alors un mouvement défini par le système suivant :

$$\text{II-3.1.c.} \quad \left| \begin{aligned} \tau \tau_0 \frac{d^3 h}{dt^3} + (\tau + \tau_0) \frac{d^2 h}{dt^2} + \frac{dh}{dt} + K A_m E h + \tau K U_0 \frac{d\delta}{dt} + K U_0 \delta &= 0 \\ \tau \tau_4 \frac{d^3 \delta}{dt^3} + (\tau + \tau_4) \frac{d^2 \delta}{dt^2} + \frac{d\delta}{dt} + K_4 A_m E h &= 0 \end{aligned} \right.$$

Le terme en h dans la deuxième équation introduit un couplage qui modifie complètement la stabilité du traceur, bien que le système c présente une grande analogie avec le système II-2.1.g. du traceur à deux informations.

II-3.2. Stabilité pour les petits écarts

L'étude de la stabilité revient à chercher des racines à partie réelle négative du polynôme de HURWITZ établi à partir du système II-3.1.c. Nous avons :

II-3.2.a.
$$a_6 p^6 + a_5 p^5 + a_4 p^4 + a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0$$

Posons $E_1 = A_m E$, nous obtenons pour les différents a_n :

$$a_6 = \tau^2 \tau_0 \tau_4$$

$$a_5 = \tau \tau_4 (\tau + \tau_0) + \tau \tau_0 (\tau + \tau_4)$$

$$a_4 = \tau \tau_0 + \tau \tau_4 + (\tau + \tau_4) (\tau + \tau_0)$$

$$a_3 = \tau \tau_4 K E_1 + 2\tau + \tau_0 + \tau_4$$

$$a_2 = (\tau + \tau_4) K E_1 + 1$$

$$a_1 = K E_1 + \tau K K_4 E_1 U_0$$

$$a_0 = K K_4 E_1 U_0$$

Nous avons fait apparaître deux paramètres indépendants : le gradient électrique E (à un facteur A_m , supposé constant, près) et la tension de balayage U_0 .

Nous allons chercher pour quels couples des valeurs de E_1 et U_0 le traceur est stable. Les solutions du polynôme de HURWITZ ont une partie réelle négative si :

a) Tous les coefficients a_n sont positifs. Nous avons satisfait à cette condition dès l'analyse du fonctionnement des servomécanismes fondamentaux.

b) S'il existe des relations entre les coefficients a_n . Elles peuvent être obtenues par le critère de ROUTH, qui consiste à former le tableau suivant :

II-3.2.b.

a_6	a_4	a_2	a_0
a_5	a_3	a_1	0
$A_1 = \frac{a_4 a_5 - a_6 a_3}{a_5}$	$A_2 = \frac{a_2 a_5 - a_6 a_1}{a_5}$	a_0	0
$B_1 = \frac{a_3 A_1 - a_5 A_2}{A_1}$	$B_2 = \frac{a_1 A_1 - a_5 a_0}{A_1}$	0	0
$C_1 = \frac{A_2 B_1 - A_1 B_2}{B_1}$	a_0	0	0
$D_1 = \frac{B_2 C_1 - B_1 a_0}{C_1}$	0	0	0
a_0	0	0	0

La deuxième condition est satisfaite si chacun des termes de la colonne de gauche est positif.

II-3.2.1. Exemple numérique

L'analyse de la stabilité ne pouvant se poursuivre simplement sur les expressions littérales, nous allons maintenant introduire les valeurs numériques se rapportant à notre traceur, en conservant les deux paramètres indépendants : E_1 et U_0 .

Les valeurs des constantes de temps électromécaniques des servomécanismes qui sont données sont très approximatives, leur détermination expérimentale est malaisée. Nous considérerons donc des valeurs comme des ordres de grandeur et les résultats qui en découlent comme donnant seulement l'allure des phénomènes.

Les différentes grandeurs caractéristiques du traceur sont :

a) Des grandeurs électromécaniques : K , K_4 , que nous avons déterminées en mesurant, en régime stationnaire, les vitesses de translation ou de rotation pour une tension donnée appliquée à chaque servomécanisme. Nous avons ainsi :

$$K = 0,005 \frac{m}{V.s} \text{ et } K_4 = 2,2 \frac{rad}{V.s}$$

b) Des constantes de temps que nous avons mesurées d'après le régime transitoire succédant à l'application d'une tension constante à chaque servomécanisme. Nous avons obtenu : $\tau_4 = 0,02$ s et $\tau_0 = 0,06$ s. Pour la constante de temps τ se rapportant à l'amplificateur sélectif, sa mesure a été déduite de la largeur de bande : $\tau = 0,1$ s.

Les coefficients du polynôme de HURWITZ ont pour valeur :

II-3.2.1.a.

$$\begin{aligned} a_0 &= 1,1 \cdot 10^{-2} E_1 U_0 \\ a_1 &= 5 \cdot 10^{-3} E_1 + 1,1 \cdot 10^{-3} E_1 U_0 \\ a_2 &= 1 + 6 \cdot 10^{-4} E_1 \\ a_3 &= 0,28 + 1,0 \cdot 10^{-5} E_1 \\ a_4 &= 2,72 \cdot 10^{-2} \\ a_5 &= 1,04 \cdot 10^{-3} \\ a_6 &= 1,2 \cdot 10^{-5} \end{aligned}$$

Reprenons les conditions de stabilité.

a) $A_1 > 0$, d'après les valeurs numériques données, il s'ensuit que :

II-3.2.1.b.

$$E_1 < 2,1 \cdot 10^{-5} \frac{V}{m}$$

b) $B_1 > 0$, se traduit par l'expression :

II-3.2.1.c.

$$1,154 \cdot 10^{-12} E_1 + 3,588 \cdot 10^{-7} - \frac{5,672 \cdot 10^{-3}}{E_1} < 1,32 \cdot 10^{-8} U_0$$

c) $C_1 > 0$ s'exprime par la relation :

II-3.2.1.d.

$$\begin{aligned} &- 6,924 \cdot 10^{-16} E_1^3 - 1,6807 \cdot 10^{-10} E_1^2 + 1,557 \cdot 10^{-7} E_1 + 1,647 \cdot 10^{-11} E_1^2 U_0 \\ &- 1,676 \cdot 10^{-13} E_1^2 U_0^2 - 4,167 \cdot 10^{-7} E_1 U_0 + 5,672 \cdot 10 > 0 \end{aligned}$$

d) $D_1 > 0$ en donnant au coefficient b les valeurs suivantes :

$$\begin{array}{ll} b_0 = 6,798 \cdot 10^{-7} & b_7 = -1,659 \cdot 10^{-21} \\ b_1 = 2,193 \cdot 10^{-11} & b_8 = -4,419 \cdot 10^{-19} \\ b_2 = 2,005 \cdot 10^{-14} & b_9 = -7,608 \cdot 10^{-21} \\ b_3 = 1,399 \cdot 10^{-20} & b_{10} = 3,830 \cdot 10^{-16} \\ b_4 = 3,995 \cdot 10^{-25} & b_{11} = -1,545 \cdot 10^{-15} \\ b_5 = 2,127 \cdot 10^{-23} & b_{12} = -7,866 \cdot 10^{-12} \\ b_6 = 7,324 \cdot 10^{-26} & b_{13} = -8,201 \cdot 10^{-12} \\ & b_{14} = -2,692 \cdot 10^{-7} \end{array}$$

s'exprime sous la forme :

$$\begin{aligned} \text{II-3.2.1.e.} \quad & b_0 + b_1 E_1 + b_2 E_1^2 + b_3 E_1^3 + b_4 E_1^4 + b_5 E_1^3 U_0^3 + b_6 E_1^4 U_0 + b_7 E_1^3 U_0^2 \\ & + b_8 E_1^2 U_0^3 + b_9 E_1^3 U_0 + b_{10} E_1^2 U_0^2 + b_{11} E_1^2 U_0 + b_{12} E_1 U_0^2 + b_{13} E_1 U_0 \\ & + b_{14} U_0 > 0 \end{aligned}$$

Ces quatre inégalités ne peuvent être satisfaites simultanément que pour des couples de valeurs de E_1 et U_0 situés à l'intérieur de la zone OABCO dans le plan des paramètres $0 E_1, 0 U_0$, figure 68. La frontière est formée de branches de courbes correspondant aux différentes conditions prises comme des égalités quand le système est à la limite de stabilité. La branche AC correspond à la troisième condition : $C_1 > 0$, et la branche BC à la quatrième : $D_1 > 0$. Ces courbes ont été obtenues en cherchant les racines des polynômes en U_0 en donnant différentes valeurs à E_1 .

Notons que ces calculs ont été facilités par l'emploi d'une calculatrice I.B.M. 650.

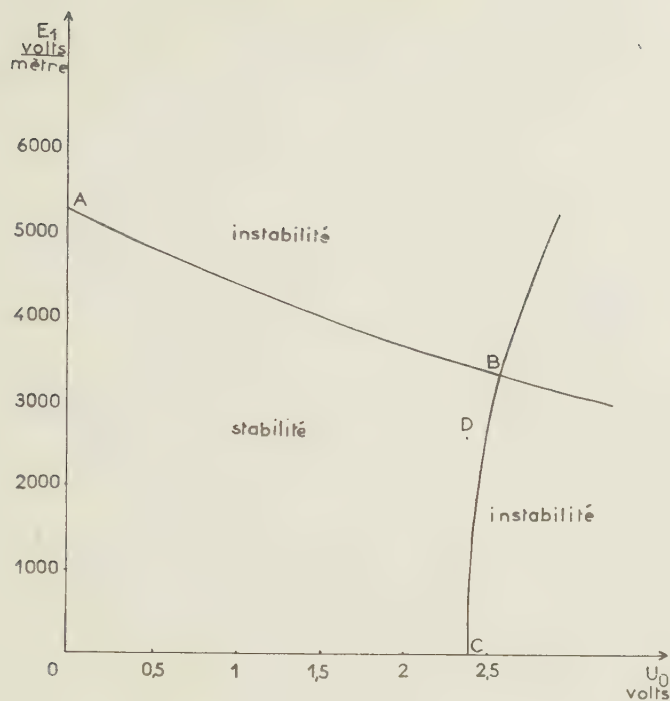


fig. 68 Zone de stabilité

II-3.2.2. Points particuliers

Les expressions des coordonnées des points limites A et C sur les axes $0 E_1$ et $0 U_0$ sont simples. Pour les points A, la limite de stabilité correspond à une vitesse de balayage nulle. Reportons la valeur $U_0 = 0$ dans les équations générales de fonctionnement du traceur, n° II-3.1.c. Nous supprimons ainsi les termes de couplage $\tau K U_0 \frac{d\delta}{dt}$, et $K U_0 \delta$. On aboutit de la sorte à deux équations qui peuvent être étudiées séparément comme pour le traceur à deux informations n° II-2.1.g. L'équation en h nous donne la condition :

II-3.2.2.a.
$$E_{1L} = A_m E \leq \frac{1}{KT}$$

Pour le point C, reportons nous à la condition $D_1 > 0$. Portons la valeur $E_1 = 0$, dans l'expression n° II-3.2.1.e., il vient :

II-3.2.2.b.
$$U_{01} = -\frac{b_{14}}{b_0}$$

En reprenant les valeurs de b_0 et b_{14} , on trouve la valeur de U_0 au point C :

II-3.2.2.c.
$$U_{01} = \frac{1}{K_4 (\tau + \tau_0 + \tau_4)}$$

II-3.3. Déplacement de l'équilibre - Erreurs systématiques

Comme pour le traceur à deux informations, nous pouvons évaluer les erreurs systématiques résultant du déplacement de l'équilibre au cours du tracé. Nous envisagerons les cas des tracés rectilignes et circulaires uniformes.

II-3.3.1. Tracés rectilignes uniformes

Dans un tracé rectiligne, nous avons $\beta = \text{constante}$. En régime établi, nous avons aussi $\dot{\theta} = \text{constante}$. Reportons les valeurs $\frac{d^2\theta}{dt^2} = 0$ et $\frac{d\theta}{dt} = 0$ dans l'équation de fonctionnement du servo-orienteur n° II-3.1.b. ; nous en déduisons : $U = 0$. Ainsi, la tension d'erreur amplifiée est nulle de même que l'erreur géométrique : $h = 0$.

Ce résultat est important car il montre que le traceur à une information ne produit aucune erreur dans les tracés rectilignes. Remarquons que cette propriété n'existe pas pour le traceur à deux informations qui est sensible à la dissymétrie des servotranslateurs et au mauvais calage du rotor du transformateur de coordonnées.

II-3.3.2. Tracés circulaires uniformes

La sonde trace un cercle en régime quasi-stationnaire.

Posons $\frac{d\beta}{dt} = \beta'_0 = \text{constante}$. Nous avons aussi $\frac{d\theta}{dt} = \text{constante} = \beta'_0$, si les servotranslateurs sont identiques. S'ils ne l'étaient pas, il apparaîtrait une ellipticité du tracé pour lequel $\frac{d\theta}{dt}$ ne serait plus constant.

A partir de l'équation de fonctionnement du servo-orienteur n° II-3.1.b., nous déduisons immédiatement la valeur de sa tension d'entrée qui est aussi la tension d'erreur amplifiée et l'erreur systématique de potentiel V_{s1} .

II-3.3.2.a.
$$V_{s1} = U = \frac{\beta'_0}{K_4}$$

Si R est le rayon du cercle tracé, nous avons la valeur de la vitesse angulaire :

II-3.3.2.b.
$$\beta'_0 = \frac{s'_0}{R} = \frac{K U_0}{R}$$

d'où la valeur de V_{s1} :

II-3.3.2.c.
$$V_{s1} = \frac{K U_0}{K_4 R}$$

En tenant compte de la relation $U = - \frac{A}{m} E h$ valable quand U et h sont constants, l'erreur géométrique est :

II-3.3.2.d.

$$h_{s1} = \frac{-V_{s1}}{\frac{A}{m} E} = \frac{K U_o}{K_4 \frac{A}{m} E R}$$

Cette erreur systématique pour les tracés circulaires dépend bien elle aussi du gradient E , de la courbure $\frac{1}{R}$, et de la tension de balayage U_o .

Examinons la valeur de cette erreur dans les conditions quasi-optimales de tracé caractérisées par le point D du plan des paramètres E_1 et U_o , dont les coordonnées sont :

$$E_1 = \frac{E_{1L}}{2} \text{ et } U_o = U_{o1}$$

Dans ces conditions, l'erreur systématique devient :

II-3.3.2.e.

$$h_1 = \frac{2 K^2 \left(\frac{\zeta \zeta_o}{\zeta + \zeta_o} \right)}{K_4^2 (\zeta + \zeta_o + \zeta_4)}$$

On remarque que cette valeur ne dépend pas des conditions de tracé, ni par le gradient, ni par la tension de balayage. Cette propriété est générale et nous l'avons déjà constatée pour les autres traceurs dans les conditions limites de stabilité.

Dans le tracé d'un cercle de 100 mm de rayon, et avec les valeurs adoptées plus haut pour les constantes des servomécanismes, la valeur de l'erreur limite est :

$$h_1 = 2,4 \cdot 10^{-4} \text{ mm}$$

Cette grandeur est parfaitement négligeable, mais elle correspond à un fonctionnement limite du traceur.

Si on évalue l'erreur dans des conditions moins favorables correspondant par exemple à un gradient 100 fois plus faible dans le tracé d'un cercle de 10 mm de rayon, la formule c nous permet de prévoir que l'erreur sera 1000 fois plus grande et atteindre $2,4 \cdot 10^{-1} \text{ mm}$. Cette valeur est du même ordre que la précision mécanique de l'ensemble analogique. Dans des conditions exceptionnelles, le gradient peut atteindre une valeur plus faible et l'erreur devient visible ; pour obtenir un tracé correct, on reprend ces parties à vitesse très réduite en réajustant provisoirement le gain A_m .

II-3.4. Comparaison avec le traceur à deux informations d'erreur

II-3.4.1. Stabilité

Comparons la stabilité des traceurs à une et deux informations d'erreur.

Pour le traceur à deux informations, nous constatons qu'aucune limite n'existe, tant pour les écarts de position de la sonde, que pour les écarts angulaires du porte-sondes, de sorte que si nous abandonnons le traceur à deux informations, en un point quelconque, il trouve toujours un équilibre stable en procédant comme suit :

a) le servo-orienteur met le porte-sondes en position correcte par rapport à la ligne équipotentielle locale ;

b) la tension d'erreur de position agissant, la sonde se déplace vers l'équilibre de la mesure de potentiel en suivant pratiquement une ligne de gradient.

Ajoutons que ce traceur, la vitesse de balayage n'agit pas sur la stabilité.

Pour le traceur à une information, il en est tout autrement; S'il peut être stable pour les petits écarts autour de l'équilibre, ainsi que nous l'avons vu, le traceur à une information est en général incapable de retrouver l'équilibre après en avoir été notablement écarté. En effet, dans ce dispositif, la tension d'erreur de potentiel alimente le servo-orienteur ; d'où il résulte qu'à un grand écart de la sonde correspond une grande tension d'erreur et une grande vitesse de rotation du rotor du transformateur de coordonnées ; dans ces conditions, la sonde décrit de petits cercles qui ne coupent généralement pas la ligne à tracer. Ce processus peut se poursuivre indéfiniment. L'intervention d'un opérateur est nécessaire pour y mettre fin, et replacer la sonde manuellement sur la ligne, soit initialement, soit au cours d'un tracé, si le traceur vient à perdre fortuitement l'équilibre.

Cette nécessité ne diminue pas l'utilité de notre traceur à une information, l'opérateur n'ayant à intervenir qu'à titre exceptionnel.

II-3.4.2. Erreurs systématiques

Comparons les deux traceurs du point de vue des erreurs systématiques de potentiel et de position.

Dans le cas du tracé rectiligne, l'avantage est au traceur à une information, puisqu'il n'introduit pas d'erreur, alors que le traceur à deux informations peut en introduire une par suite d'un mauvais réglage.

Dans les tracés circulaires, pour le traceur à deux informations, l'erreur systématique de potentiel V_{s2} est, rappelons-le :

II-3.4.2.a.
$$V_{s2} = - \frac{K U_o^2}{R} \left(\frac{1}{K_3 A_{m3} E a_1} + \tau_o \right)$$

L'erreur systématique de position h_{s2} est :

II-3.4.2.b.
$$h_{s2} = \frac{K U_o^2}{R A_m E} \left(\frac{1}{K_3 A_{m3} E a_1} + \tau_o \right)$$

Pour le traceur à une information d'erreur, nous avons :

II-3.4.2.c.
$$V_{s1} = \frac{K U_o}{K_4 R}$$

et

II-3.4.2.d.
$$h_{s1} = \frac{K U_o}{K_4 A_m E R}$$

Les coefficients K_3 et K_4 concernant les servo-orienteurs peuvent être rendus identiques sans difficulté. Les constantes de temps des servotranslateurs sont identiques dans les deux cas ; par contre, les inerties des parties tournantes entraînées par les servo-orienteurs, sont légèrement différentes dans les deux cas, puisque, dans le traceur à deux informations, le porte-sondes est commandé par le servo-orienteur, de sorte que son inertie s'ajoute à celle du rotor du transformateur de coordonnées. Néanmoins, pour simplifier, nous prendrons : $\tau_1 = \tau_4$.

Pour faire la comparaison, plaçons nous dans les conditions de tracé semblables pour les deux traceurs, en ce qui concerne le gradient E et la tension de balayage U_o . Nous prendrons par convention, comme valeurs, les coordonnées du point D du plan des paramètres E_1 , U_o . Ces conditions sont normales tant en ce qui concerne le gain A_m que la vitesse de balayage (≈ 10 mm/s). Pour le gain A_{m3} , nous supposons que sa valeur correspond à la limite de stabilité. Dans ces conditions, le rapport des erreurs systématiques se simplifie ; et nous avons

II-3.4.2.e.
$$\frac{V_{s2}}{V_{s1}} = \frac{h_{s2}}{h_{s1}} = - \frac{\tau_1 + \tau_o}{\tau + \tau_o + \tau_1}$$

Si on tient compte du fait que :

$$T_1 = \frac{\tau_1 \tau_3}{\tau_1 + \tau_3}$$

la valeur de $\frac{V_{s2}}{V_{s1}}$ est toujours inférieure à 1, néanmoins nous avons évalué cette erreur et montré que ce type de traceur est parfaitement utilisable.

Il est important de noter que quand le gradient E diminue, la qualité du traceur à deux informations diminue comme E^2 , alors que celle du traceur à une information ne diminue que comme E , de sorte que dans des conditions courantes de travail où de la valeur du gradient E est éloignée de la limite de stabilité, le traceur à une information est le meilleur.

II-4. Fonctionnement du traceur de lignes isogradientes

L'étude que nous venons de faire dans le cas particulièrement simple du traceur de lignes équipotentiellles, s'applique aux traceurs de lignes isométriques et isogradientes, si nous respectons plusieurs conditions :

a) Pour effectuer certaines mesures comme celle du module du gradient, il est nécessaire d'utiliser un système de mesure comportant des servomécanismes (voir paragraphe II-5., 1ère partie). Celui-ci fournit alors une tension de mesure qui dépend du temps, le fonctionnement des servomécanismes n'étant pas instantané. Des couplages nuisibles peuvent apparaître et compromettre la stabilité de l'ensemble. Nous chercherons donc à les éviter.

b) Le gradient électrique E qui intervient dans l'étude de la stabilité et dont la signification est simple dans le cas du traceur de lignes équipotentiellles, doit être considéré plus généralement comme le gradient de tension d'erreur.

II-4.1. Couplages nuisibles

Le système de mesure de gradient que nous employons comporte un servo-orienteur du porte-sondes. Examinons les conditions d'un couplage de celui-ci avec les servomécanismes de tracé.

Evaluons d'abord l'action du servo-orienteur sur le traceur. L'équation II-3.a. 1ère partie, nous donne la tension de mesure du gradient :

$$v_2 = E a \cos (\alpha - \beta)$$

Si l'angle $\alpha - \beta$ n'est pas nul, il s'introduit dans la mesure un coefficient de proportionnalité : $\cos(\alpha - \beta)$ qui n'est pas gênant a priori pour la mesure de E mais qui provoque un couplage nuisible. Le coefficient de couplage :

$$\frac{dv_2}{d\alpha} = - E a \sin(\alpha - \beta)$$

s'annule avec l'angle $\alpha - \beta$. Cette orientation a déjà été adoptée comme donnant la tension v_2 maximale. Elle se justifie de nouveau ici.

Nous considérerons cette condition comme suffisante étant donné que le couplage inverse où les déplacements du système de mesure influent sur la position d'équilibre du servo-orienteur, dépend de la configuration locale de gradient électrique E et est donc imprévisible.

II-4.2. Tension d'erreur

Le système de mesure, formant la différence des potentiels de deux sondes voisines, le gradient de tension d'erreur est beaucoup plus faible que dans le cas de la mesure de potentiel. Nous avons déjà vu au paragraphe II-4.2., 1ère partie, que le choix de la distance des sondes, dans la mesure du module du gradient, résulte d'un compromis entre la faiblesse de la tension mesurée et l'erreur due à la distance finie des sondes.

On peut admettre grossièrement que le rapport des valeurs moyennes de la tension mesurée dans le cas des lignes équipotentielles et isogradientes, est égal au rapport de la distance des sondes à la dimension du modèle. Ainsi, on peut compter sur une tension 300 fois plus faible en moyenne, avec une distance des sondes de 3 mm pour un modèle de 1 m environ. Donc, dans le cas des lignes isogradientes, il est nécessaire de donner à l'amplificateur de tension d'erreur un gain 300 fois plus élevé, en moyenne, que dans le cas des lignes équipotentielles, de façon à conserver les performances optimales du traceur.

Cette condition est difficilement réalisable, principalement à cause du bruit de fond des amplificateurs qui parvient à saturer les amplificateurs d'alimentation des moteurs. Les tensions parasites dues au réseau sont relativement peu gênantes étant donné que le système de mesure élimine les tensions simultanément sur les différentes sondes avec un coefficient de réjection de 10^5 (voir paragraphe III-2.3.2.1., 1ère partie).

TRACES EXPERIMENTAUX

Nous donnerons ici plusieurs exemples d'emploi de notre traceur de lignes isométriques. Nous envisagerons tout d'abord des tracés simples pour vérifier le comportement du traceur à une information d'erreur. Puis nous examinerons des tracés de lignes isogradientes dans deux applications intéressantes.

Remarquons qu'il s'agit plus, ici, d'analyser les aptitudes de notre traceur que de traiter un problème précis d'analogie portant sur les lignes isogradientes.

Chapitre ITracés de vérification

Nous avons choisi le cas d'un condensateur cylindrique circulaire qui permet d'obtenir des champs de potentiel et de gradients ayant une forme particulièrement simple et contrôlable. D'autre part, les conditions de tracé sont très différentes entre les régions centrales et périphériques tant en ce qui concerne le gradient que la courbure des lignes : - au centre, le gradient est élevé et le traceur travaille à la limite de stabilité, quoiqu'à erreur géométrique constante, comme nous l'avons vu au paragraphe II-1.1.5., 2ème partie, alors qu'à la périphérie, le gradient est très faible et le traceur travaille à erreur de potentiel constante.

I-1. Description du modèle

Le modèle est constitué par une tige centrale cylindrique en laiton, de 3 mm de diamètre, alimentée par un générateur de courant et par une électrode extérieure, également cylindrique, de 500 mm de diamètre, connectée à la masse. La hauteur de l'électrolyte à l'intérieur du modèle est de 70 mm. La résistance électrique entre les électrodes est de 900 Ω environ.

I-2. Répartition des potentiels et des gradients

A l'intérieur du condensateur, les potentiels sont régis par la loi :

I-2.a.

$$V = \frac{i}{2\pi\lambda z} \text{Log} \frac{r}{r_0}$$

où i est le courant injecté dans l'électrode centrale, λ la conductivité, z la hauteur de l'électrolyte, r la distance à l'axe du point considéré, et r_0 le rayon extérieur du modèle. Le courant injecté est de 3 mA, le potentiel de l'électrode centrale est de 2,7 V. environ.

L'expression qui donne le gradient est :

I-2.b.
$$E = \frac{i}{2\pi\lambda z r}$$

Le gradient varie donc dans le rapport de 1 à 166 entre les régions périphériques et centrales.

I-3. Exécution des tracés

I-3.1. Lignes équipotentielles - Traceur à deux sondes

Le système de mesure comporte deux sondes montées sur un porte-sondes orientable, trois amplificateurs d'isolement : un pour le curseur du potentiomètre de référence, et deux pour les sondes; et deux transformateurs à écrans : l'un donnant la tension d'erreur de position et l'autre la tension d'erreur d'orientation. Le servo-orienteur, le transformateur de coordonnées et le porte-sondes forment un ensemble monté sur le chariot.

La vitesse de tracé a été réglée manuellement en tenant compte de la courbure des lignes ; elle varie de 50 mm/s. pour les lignes extérieures, à 5 mm/s. pour les lignes proches du centre, figure 69 .

Les potentiels successifs sont en progression arithmétique.

I-3.2. Lignes équipotentielles - Traceur à une sonde

Le système de mesure comporte une seule sonde, deux amplificateurs d'isolement et un transformateur à écrans. Le servo-orienteur et le transformateur de coordonnées associé forment un ensemble indépendant de la cuve rhéographique.

Les conditions de tracé sont sensiblement les mêmes que pour l'exemple précédent (figure 70).

I-3.3. Résultats

En ce qui concerne la géométrie, on constate une légère ellipticité



fig. 69 Lignes équipotentiellles + Traceur à deux sondes

des lignes tracées. Leur rayon varie de 0,5 mm suivant deux axes perpendiculaires, de façon identique, pour toutes les lignes. Nous expliquons ce fait par une mauvaise liaison mécanique de la pointe traceuse avec le chariot porte-sondes.

Les deux tracés obtenues avec les deux systèmes à une et à deux sondes, sont pratiquement superposables. Cependant, dans les régions périphériques, nous notons les différences de rayon de l'ordre de 1 %, le gradient de tension d'erreur est faible et la précision géométrique relativement mauvaise, la précision des potentiels reste bonne.

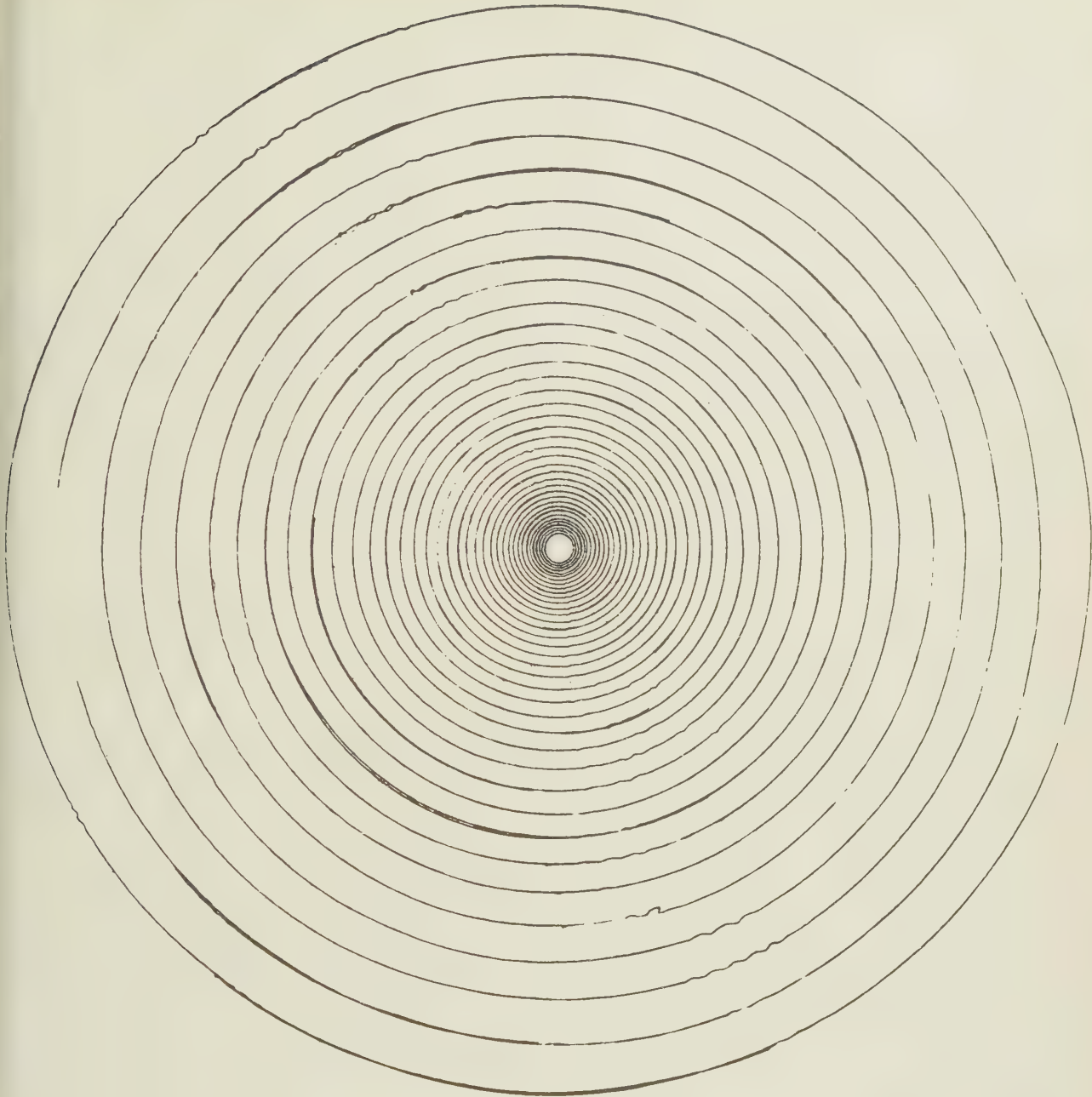


fig. 70 Lignes équipotentielles - Traceur à une sonde

Le rapport maximal des gradients relevés au cours des tracés, est de 35 seulement, alors que le modèle permet un rapport de 166. Des difficultés de tracé apparaissent en effet pour les cercles de rayon inférieur à 5 mm.

Pour vérifier l'accord avec la théorie, nous avons porté sur un graphique à coordonnées semilogarithmique, la fonction $r = f(V)$, à partir des tracés obtenus avec dispositif à une sonde. On peut constater le bon alignement des points expérimentaux (figure 71.

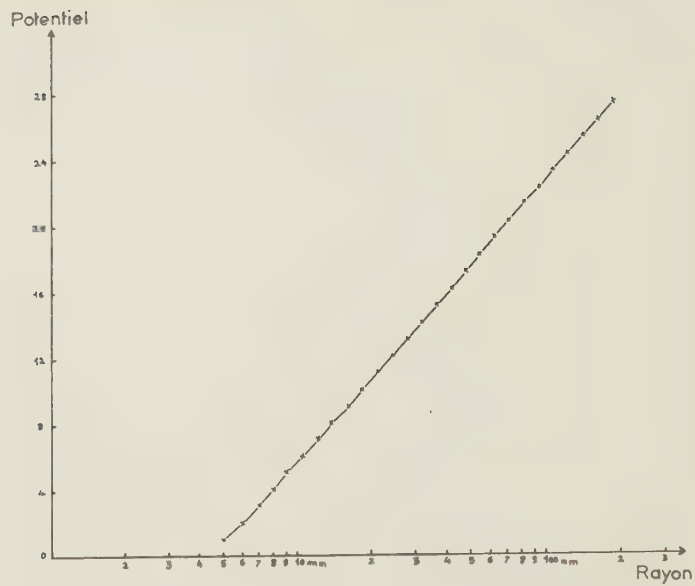


fig. 71 Potentiel à l'intérieur du condensateur cylindrique

Chapitre II

Tracés d'étude

Nous allons présenter deux relevés de champs de lignes isogradientes portant sur des problèmes magnétiques :

- Entrefer d'un trieur magnétique
- Machine à courant continu

Nous utilisons deux analogies différentes et complémentaires :

Dans le premier cas, en l'absence de courant, le théorème d'AMPERE

nous donne :

II-a.

$$\overrightarrow{\text{rot H}} = \overrightarrow{0}$$

scalaire :

II-b.

$$\overrightarrow{H} = -\overrightarrow{\text{grad } \mathcal{V}}$$

la relation :

$$\text{div } \overrightarrow{B} = 0$$

s'exprime :

II-c.

$$\text{div } (\overrightarrow{\text{grad}} \mu V) = 0$$

Si nous comparons cette équation avec l'équation n° I-1.d. :

$$\text{div } \left(\frac{\overrightarrow{\text{grad}} V}{\rho} \right) + i = 0$$

il apparaît que la perméabilité μ est inversement proportionnelle à ρ , donc proportionnelle à z , hauteur de l'électrolyte. Les lignes équipotentiellles électriques sont des lignes équipotentiellles magnétiques ; les lignes isogradientes sont alors des lignes d'induction constante. La connaissance de ces lignes permet de prévoir la trajectoire de particules paramagnétiques ainsi que nous allons le voir.

Dans le second cas, nous avons toujours :

$$\text{div } \overrightarrow{B} = 0$$

et l'on peut faire dériver l'induction $\overrightarrow{B}$ d'un potentiel vecteur A par la relation :

II-d.

$$\overrightarrow{B} = \text{rot } A$$

Nous avons aussi :

$$\overrightarrow{B} = \mu \overrightarrow{H}$$

Si i est le vecteur densité de courant stationnaire, le théorème d'AMPERE nous donne :

II-e.

$$\overrightarrow{\text{rot}} H = \overrightarrow{i}$$

d'où la relation :

II-f.

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left(\frac{\overrightarrow{\text{rot}} A}{\mu} \right) = \overrightarrow{i}$$

Dans le cas particulier où toutes les grandeurs ne dépendent que de deux variables d'espace x et y , les courants orientés normalement au plan xoy , nous pouvons poser :

II-g.

$$\overrightarrow{i} = i \overrightarrow{n}$$

Le potentiel vecteur est alors parallèle à $\vec{n}$. Si on pose :

$$\text{II-h.} \quad \vec{A} = \varphi(x, y) \vec{n}$$

L'équation f devient :

$$\text{II-i.} \quad \text{div} \left(\frac{\vec{\text{grad}} \Phi}{\mu} \right) + i = 0$$

Si nous comparons cette équation avec l'équation de l'électrocinétique

n° I-1.d., 1ère partie :

$$\text{II-j.} \quad \text{div} \left(\frac{\vec{\text{grad}} V}{\rho} \right) + i = 0$$

on voit que la perméabilité μ est maintenant proportionnelle à ρ , donc à l'inverse de la hauteur z de l'électrolyte. Les lignes équipotentiellelles électriques sont des lignes de flux magnétiques et les lignes isogradientes sont aussi des lignes à induction constante. Nous exposerons les critères qui nous permettent de choisir entre les deux analogies, qui donnent les mêmes lignes isogradientes à partir de deux principes différents. Nous utiliserons la dernière analogie dans l'étude de la machine à courant continu ; les lignes isogradientes nous permettront d'évaluer l'étendue des régions saturées et d'améliorer la géométrie de la machine.

II-1. Entrefer d'un trieur magnétique

Une particule paramagnétique de volume v , de susceptibilité χ , attirée vers les gradients élevés par une force :

$$\text{II-1.a.} \quad \vec{F} = \frac{\chi v}{2 \mu_0} \vec{\text{grad}} B^2$$

qui dérive d'un potentiel :

$$\text{II-1.b.} \quad W = \frac{\chi v}{2 \mu_0} B^2$$

Donc, dans un milieu où μ est constant, les lignes isogradientes sont des lignes équipotentiellelles du champ de force puisque celles-ci sont définies par $B^2 = \text{cte.}$ On adopte une graduation quadratique des potentiels électriques pour avoir une graduation linéaire du potentiel des forces.

Dans cette analogie, la hauteur de l'électrolyte est proportionnelle à la perméabilité relative du milieu aimanté.

II-1.1. Description du modèle

La configuration du trieur est représentée en coupe sur la figure 72. Le modèle est alors conforme à la figure 73 .

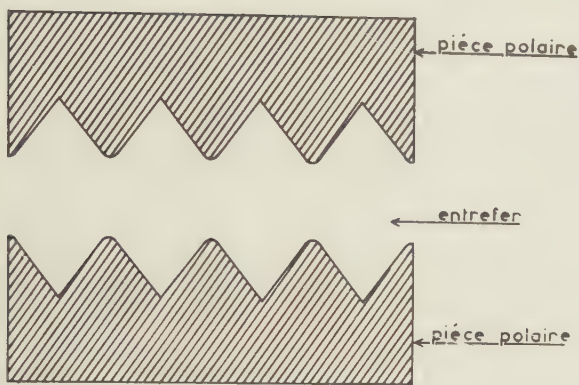


fig. 72 Coupe de l'entrefer du trieur magnétique

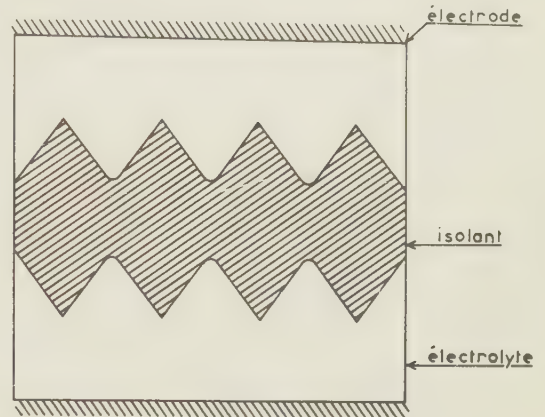


fig. 73 Modèle analogique

Les parties épaisses du modèle, où la hauteur z de l'électrolyte est faible (1 mm), représentent le milieu peu perméable (air ou eau) non ferromagnétique; les autres parties, où la hauteur de l'électrolyte est grande (100 mm), correspondent au métal ferromagnétique des pièces polaires (figure 74).

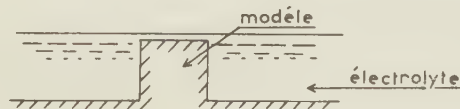


fig. 74 Coupe du modèle analogique

Il est certain que cette disposition ne figure qu'approximativement la variation de perméabilité puisque les perturbations dues au passage d'un milieu dans un autre s'étendent dans chaque milieu sur une largeur de l'ordre de la hauteur de l'électrolyte. Néanmoins, la partie intéressante du modèle étant le centre où la hauteur z est faible, ces phénomènes ne sont pas gênants, les régions perturbées restant étroites.

Nous avons utilisé cette analogie de préférence à celle où les lignes équipotentielles électriques sont des lignes de flux magnétiques; les lignes équipotentielles obtenues sont orthogonales aux lignes de flux mais les lignes à induction magnétique $\vec{B}$ constante sont géométriquement les mêmes dans les deux cas. Dans l'analogie lignes équipotentielles - lignes de flux, la profondeur z de l'électrolyte est inversement proportionnelle à la perméabilité relative des milieux, de sorte que les parties centrales représentées par une grande profondeur d'électrolyte et les régions perturbées s'étendent alors à toute la partie intéressante du modèle.

II-1.2. Tracés

Nous donnons à titre indicatif, un premier tracé de lignes équipotentiellielles obtenu avec le traceur à deux sondes (figure 75

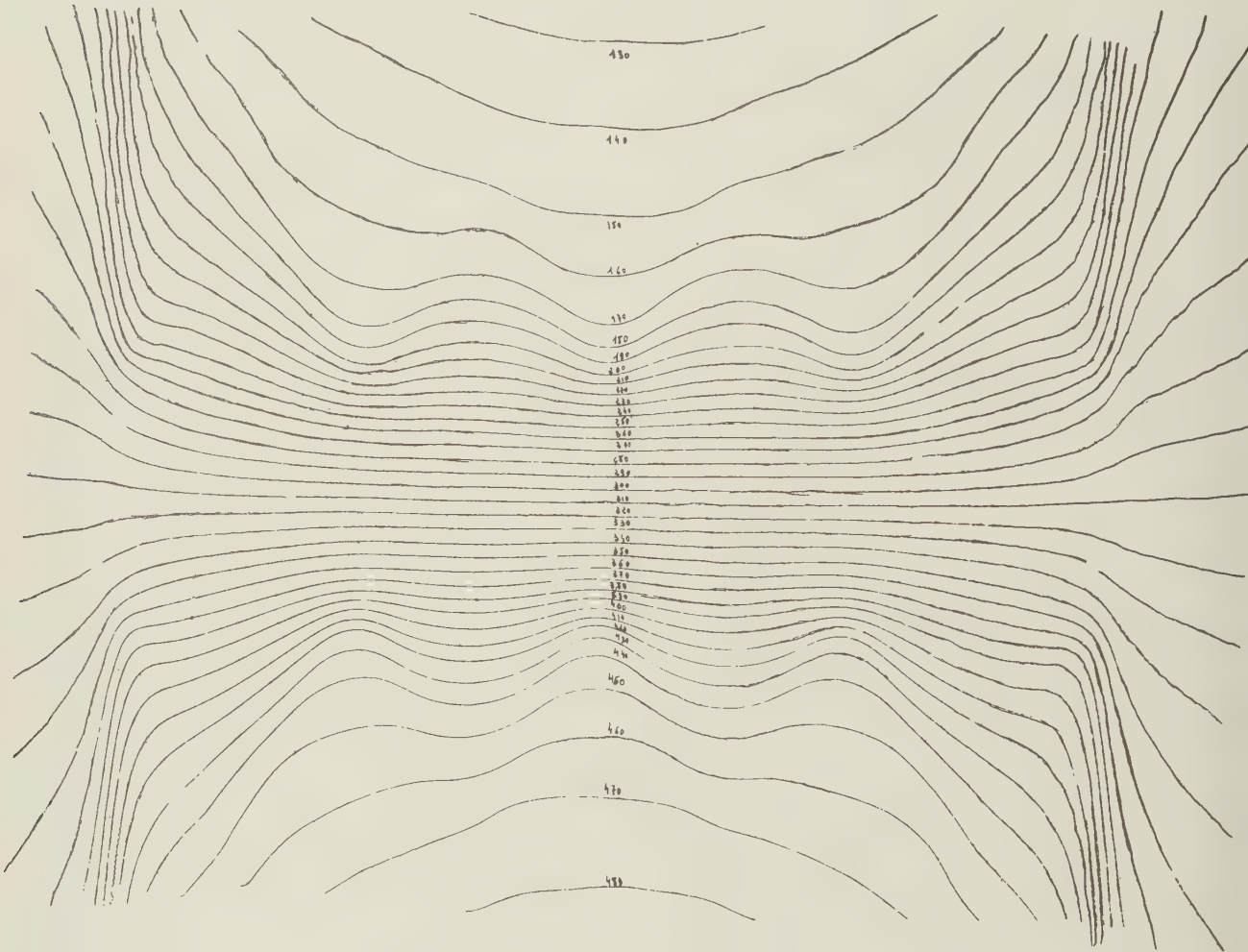


fig. 75 Lignes équipotentiellielles - Traceur à deux sondes

Les tracés suivants (figures 76 et 77 sont relatifs à des lignes isogradientes ou à induction constante, avec deux largeurs différentes de l'entrefer.

On conçoit aisément la difficulté du processus qui consisterait à obtenir le second tracé à partir du premier, par une méthode graphique : les lignes isogradientes sont les lignes où l'écartement des lignes équipotentiellielles est constant. En utilisant notre traceur automatique, on obtient directement le tracé de lignes isogradientes et on évite le travail graphique fastidieux et imprécis.

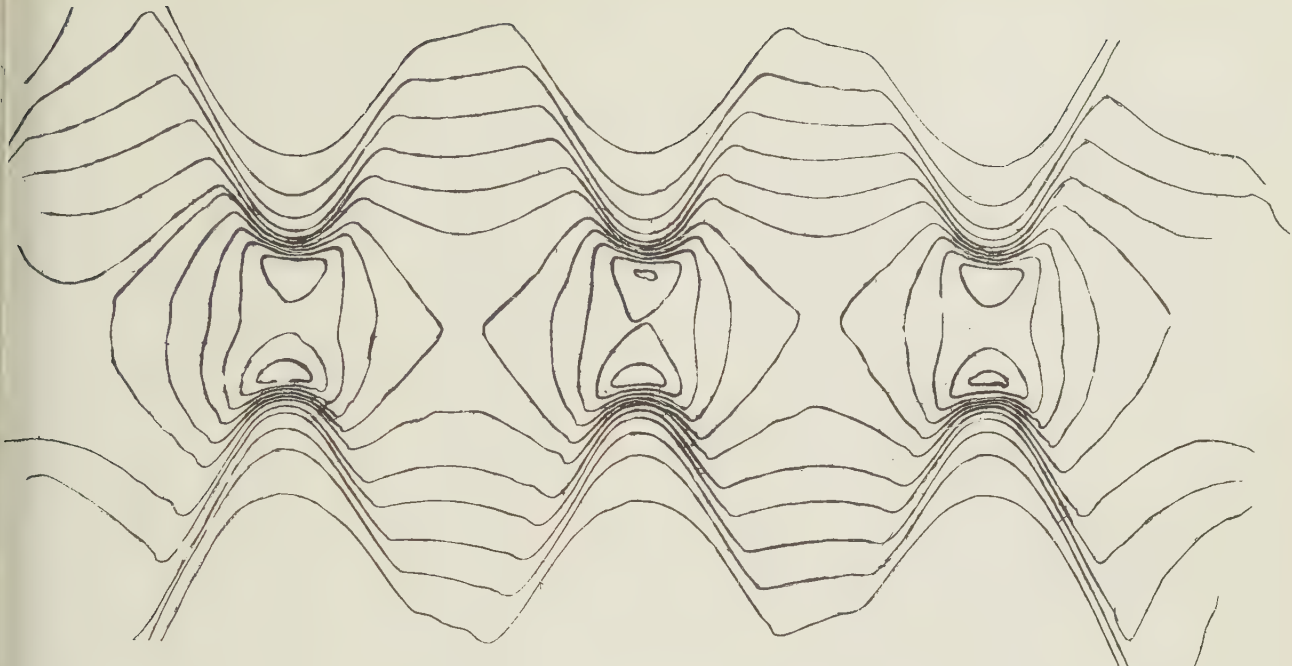


fig. 76 Lignes isogradientes - Entrefer réduit

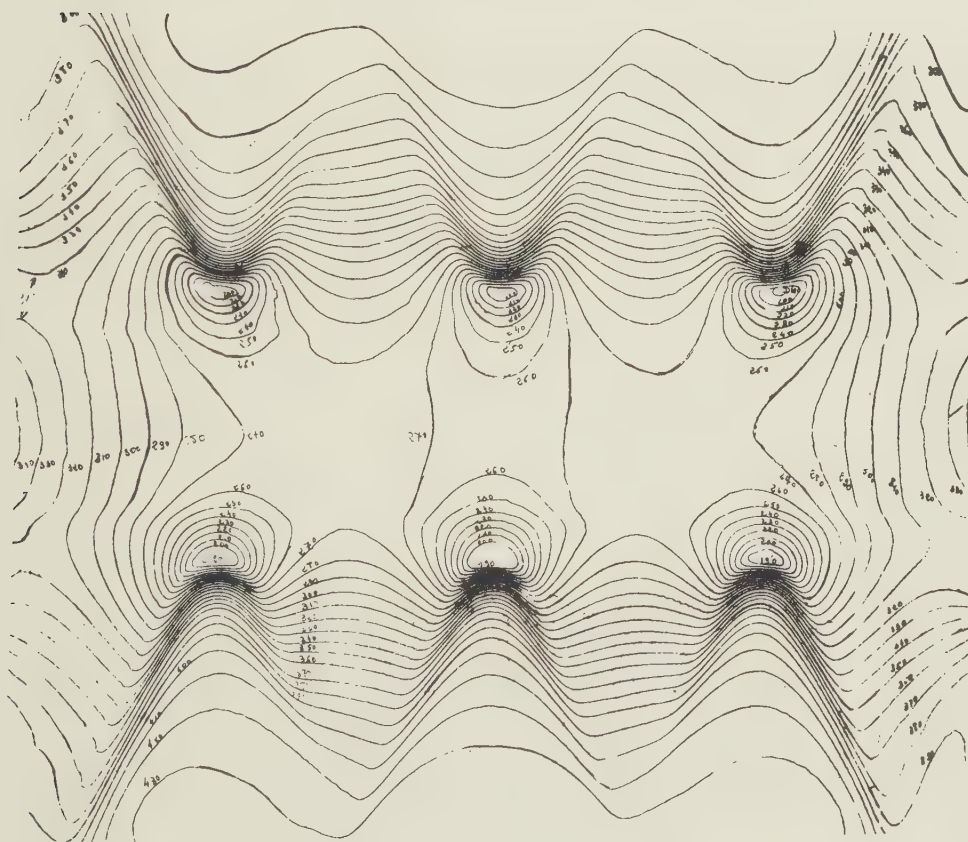


fig. 77 Lignes isogradientes - Entrefer large

Notons encore que si les tracés de lignes équipotentiellles, étant donné leur simplicité, peuvent être obtenus avec un traceur de lignes quasi-rectilignes analogue à celui décrit au paragraphe II-1., 2ème partie, cette possibilité est totalement exclue pour les lignes isogradients étant donné leur complexité.

II-1.3. Résultats

Sur les deux exemples présentés, qui correspondent à deux largeurs d'entrefer différentes, on peut observer :

- que le gradient maximal se trouve à la pointe des dents ; les particules paramagnétiques vont venir s'y grouper.
- que les espaces entre deux dents d'une même armature ne sont pas inefficaces du point de vue du triage et qu'une force tend à extraire les particules paramagnétiques.
- que les régions où les forces sont nulles sont dans le plan médian, pour des raisons de symétrie, mais que leur étendue diminue quand l'entrefer décroît.

II-2. Machine à courant continu

E. GUDEFIN (ref. 14) a étudié un modèle analogique de machine à courant continu. Ses travaux montrent des tracés de lignes équipotentiellles relevées sur cette machine à l'aide d'un traceur à commutation. Nous avons utilisé son modèle pour effectuer des tracés de lignes isogradients.

Dans l'analogie qu'il utilise, le potentiel électrique V représente le flux magnétique et la hauteur z de l'électrolyte l'inverse de la perméabilité relative. Le gradient électrique E mesure l'induction magnétique B . Les lignes isogradients sont donc des lignes d'égale saturation magnétique. La partie peu perturbée du tracé est ici l'armature ferromagnétique de la machine.

II-2.1. Description du modèle

Les circuits magnétiques et les enroulements de la machine sont représentés sur la figure 78. Le modèle est conforme à la figure 79 .

Les parties épaisses du modèle, où la hauteur z faible (1 mm), représentent le milieu perméable (fer), alors que les parties profondes correspondent au milieu peu perméable.

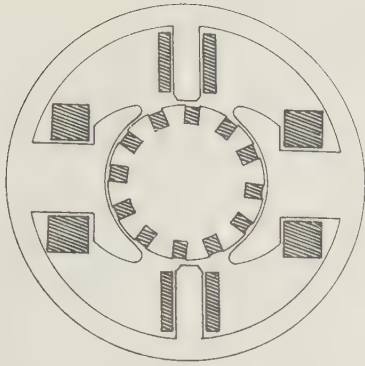


fig. 78 Coupe de machine à courant continu

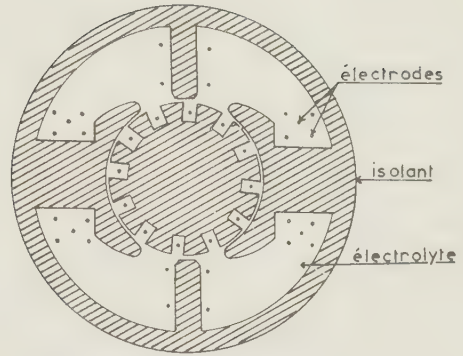


fig. 79 Modèle analogique de la machine

Les enroulements sont figurés par de fines électrodes dans lesquelles nous injectons un courant proportionnel au courant réel qui parcourt l'enroulement. Le nombre des électrodes est très inférieur au nombre des conducteurs réels ; cependant, si le courant total injecté est proportionnel au courant total réel, le potentiel est correct à l'extérieur des enroulements.

II-2.2. Tracés

Nous présentons trois tracés de lignes isogradientes correspondant à :

- Une machine normalement excitée et ne débitant aucun courant par l'induit. La réaction d'induit est nulle et les lignes présentent une symétrie par rapport à deux axes passant par les pôles principaux et auxiliaires (figure 80).

- Une machine dont seul l'induit est alimenté. Nous avons un flux de réaction d'induit pur (figure 81).

- Une machine dans des conditions normales de fonctionnement, où tous les enroulements sont parcourus par des courants (figure 82).

Notons que le troisième tracé ne résulte pas de la superposition des deux premiers. En effet, si $\vec{E}_a$, $\vec{E}_b$, $\vec{E}_c$, sont les gradients en un point du modèle dans les trois cas précédents, nous avons :

$$\vec{E}_a + \vec{E}_b = \vec{E}_c$$

$$|\vec{E}_a| + |\vec{E}_b| \geq |\vec{E}_c|$$

II-2.2.a.



fig. 80 Lignes isogradientes - Marche à vide

II-2.3. Résultats

Dans le premier tracé, nous observons :

- que l'aimantation décroît régulièrement dans les cornes polaires en s'éloignant de l'axe du pôle ;
- que l'aimantation à l'intérieur de l'induit est sensiblement constante, nous n'y trouvons pas de lignes bien définies ;
- que des maxima de l'induction magnétique, donc de la saturation, se rencontrent dans les angles à la jonction des pôles et de la carcasse ;
- que l'aimantation de la carcasse au niveau du centre des pôles principaux est plus faible que dans toute autre partie de celle-ci.



fig. 81 Lignes isogradientes - Réaction d'induit

Ainsi, au vu de ce premier tracé, il serait déjà possible de modifier la géométrie de la machine en répartissant les matériaux ferromagnétiques pour obtenir une aimantation plus uniforme.

Sur le deuxième tracé, il apparaît que l'induction n'est pas nulle dans la dent de l'induit qui est en face du pôle de commutation, alors qu'elle devrait l'être. Une augmentation du nombre de spires de ce pôle serait nécessaire pour une bonne commutation.

Sur le troisième tracé, en plus des constatations que nous venons de faire, et que l'on retrouve ici, il apparaît une torsion des lignes et une répartition inégale de l'induction dans les cornes polaires. Nous notons aussi des maxima dans le resserrement des cornes les plus aimantées.

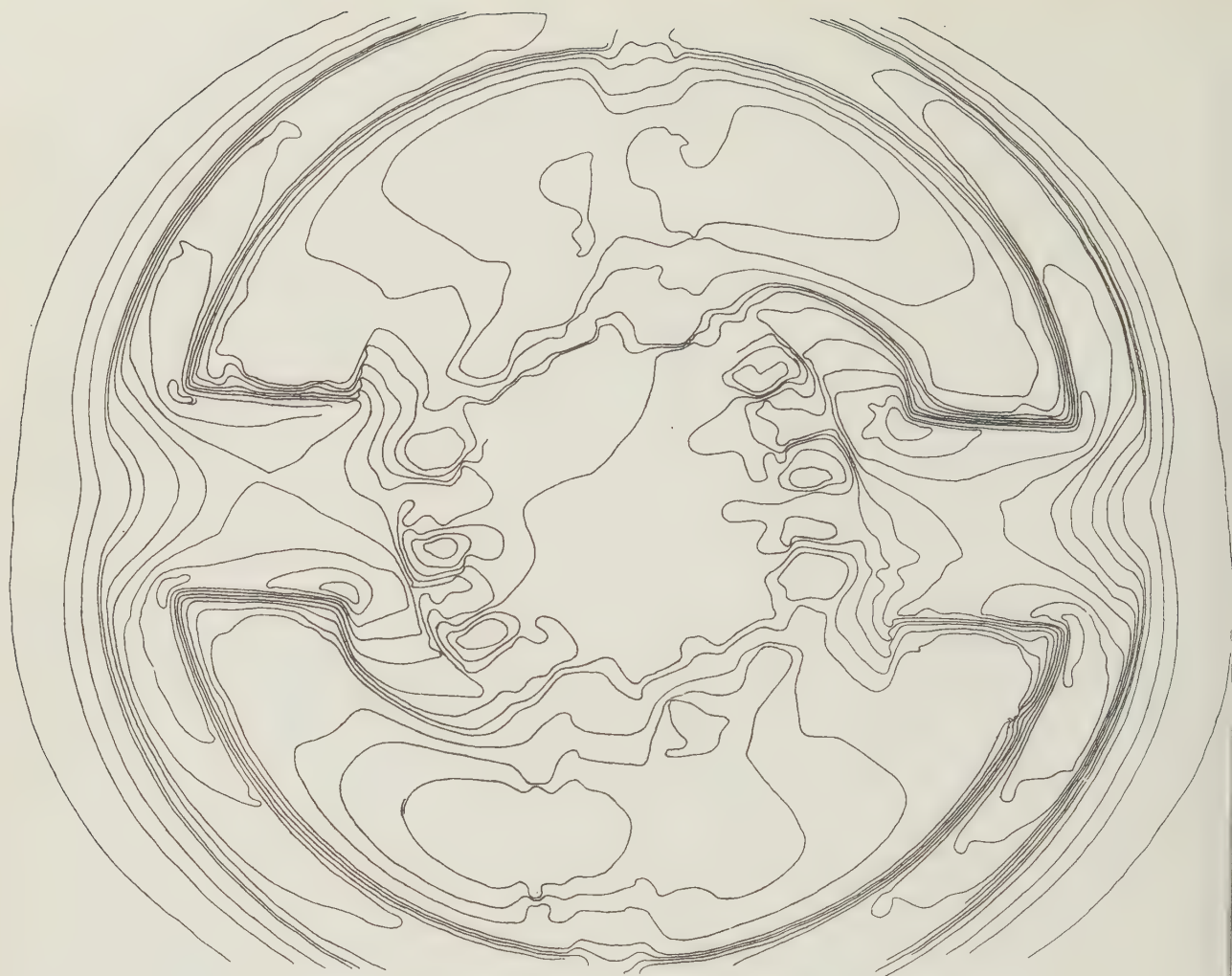


fig. 82 Lignes isogradientes - Fonctionnement normal

CONCLUSION

Nous venons d'exposer les techniques qui nous ont permis le tracé automatique des lignes isogradientes.

Rappelons à ce propos que les premières études rhéographiques ont été effectuées en relevant les lignes équipotentielles manuellement, point par point, un dessinateur intervenant ensuite pour faire apparaître les lignes elles-mêmes. Puis la technique des tracés automatiques des lignes quasi-rectilignes a été introduite, ce qui a diminué la fatigue des opérateurs et augmenté la rapidité d'exécution et la précision.

Des problèmes plus complexes d'hydrodynamique et de magnétostatique ont nécessité la connaissance des lignes isogradientes. On a opéré d'abord graphiquement, puis on a découvert un principe de mesure automatique du gradient ; les tracés s'effectuaient toujours point par point.

La méthode que nous proposons rend à son tour automatique le tracé lui-même des lignes isogradientes.

Notons que des travaux récents ont montré qu'un champ de lignes isogradientes pouvait être considéré comme un champ de lignes équipotentiellles en choisissant convenablement les conditions aux limites du modèle. Le nouveau potentiel électrique représente le logarithme du module du gradient cherché. Toutefois, dans cette analogie, la difficulté de réalisation ne porte plus sur le système de mesure de gradient toujours plus compliqué que pour un potentiel, mais sur la réalisation du modèle et l'imposition des conditions aux limites qui nécessite l'utilisation de grilles pour fixer un potentiel continuellement variable le long d'un contour. Notre principe de mesure et de tracé conserve donc toute sa valeur puisque le modèle est aussi simple que pour les relevés de lignes équipotentiellles. Seule, la réalisation du système de mesure est délicate mais elle est faite une fois pour toutes.

De plus, comme nous l'avons montré, la méthode que nous employons est d'une portée générale puisqu'elle permet de tracer simplement et automatiquement des lignes dites isométriques définies par un seul signal d'erreur.

Nous pensons même que le principe du traceur à une information d'erreur peut trouver des applications dans d'autres problèmes de guidage, où la réduction du nombre des informations peut simplifier beaucoup les dispositifs existants et même résoudre des problèmes jusqu'alors insolubles comme il en a été pour le traceur de lignes isogradientes.

BIBLIOGRAPHIE

- (1) KIRCHHOFF G. Jeber den Durchgang eines elektrischen Stromes durch eine Ebene, insbesondere durch eine Kreisformige.
Ann. der Physik (1845) 14 p. 497-514
- (2) DOUGLAS J.F.H. The reluctance of some irregular magnetic fields.
A.I.E.E. Transactions (1915) 24 p. 1067-134
- (3) CRAMP W. The measurements of capacity by analogy.
World power (1924) 2 p. 267-73
- (4) AHMED A.A. Theoretical and experimental study of the electric field in an electrolytic cell.
Journal of I.E.E. (1924) 62 p. 301-17
- (5) PERES et MALAVARD L. La méthode d'analogie rhéographique et rhéométrique.
Bulletin de la S.F.E. (1938) 8 p. 715-44
- (6) KINGSBURY A. On problems in the theory of fluid film lubrication with an experimental method of solution.
T.A.S.M.E. (1951) 53 p. 53-5
- (7) HETENYI M. Handbook of experimental stress analysis.
John Wiley and Sons ed. New-York (1950)
- (8) SCANLAN R.H. Solution de quelques problèmes de la résistance des matériaux à l'aide d'analogies électriques.
Thèse Paris (1956)
- (9) REINIGER Etude des problèmes de conductibilité thermique à l'aide de la cuve électrolytique.
Revue techn. Philips (1956) 18 p. 12
- (10) GREEN P.E. Jr. Automatic plotting of electrostatic field.
Rev. of Sci. Ins. G.B. (1948) 19 p. 646
- (11) ZVORIKIN, MORTON, RAMBERT, HILLIER, VANCE Electron optics and electron microscope.
John Wiley and Sons ed. New-York (1945)
- (12) MALAVARD L. et TISSOT J. Sur une méthode utilisant le bassin électrique pour la détermination des racines d'une équation algébrique.
Comptes rendus Acad. Sci. Paris (1948) 227 p.620
- (13) LEVI Magnetic leakage evaluated with an electrolytic tank.
Electronics (1948) 215 A p. 21
- (14) GUDEFIN E. Contribution à l'étude de la magnétostatique plane au moyen de la cuve rhéographique.
Thèse Nancy (1958)
- (15) BRACHER The construction of precision electrolytic trough ; theory of synchrotron magnetic pole pieces and the use of the trough in the solution of some problems connected with the design of the Birmingham proton synchrotron magnetic.
Thèse Birmingham (1950)

- (16) BRUCK et GENDREAU Etablissement à l'aide d'une cuve à fond modelé du champ dans la culasse d'un aimant.
Actes des Jour. Int. de Cal. Ana. Bruxelles (1955) p. 322-6
- (17) GOUDET G. et MUSSON-GENON R.
Journal de Physique et le Radium 6/7/45 p. 185
- (18) CAHEN O. Le tracé automatique des trajectoires d'électrons.
Onde électrique (1957) 37 n° 369 p. 1098-103
- (19) COET P. Note sur un traceur de courbes d'isogradient électrique semi-automatique.
Rev. H.F. Belg. (1958) 4 n° 4 p. 85-8
- (20) LE MEZEC J. Calculateurs rhéographiques.
Techn. de l'Ing. (1960) p. E 1960 - E 1962
- (21) MALAVARD L. Technique des analogies électriques au laboratoire de physique
Techn. génér. du lab. de Phys., C.N.R.S. (1950) 2 Chap.XV
- (22) TANABE Y. et YASAKU S. Electrolytic tank analogue. Design and application of automatic control.
Sci. Rep. R.I.T.U. (1958) A 10 n° 2 p. 133-74
- (23) MARVAUD J. Traceurs automatiques de trajectoires utilisant le bassin électrique.
Thèse Paris 1953
- (24) MOCH R. Contribution à l'étude des servomécanismes linéaires. Etude et réalisation d'un traceur d'équipotentiels.
Thèse Paris 1951
- (25) SCHMIDT H. Der elektrolytische Trog mit selbstätiger Aufzeichnung der Potential linien
Elektrotechnik und Maschinenbau (1952) 7 p. 155
- (26) MICKELSON J.K. Automatic equipment and technique for field mapping.
General Electric Review (1949) 52 p. 19
- (27) GELFAND SHINN et TUTEUR Automatic field plotter.
Electronics and Communications A.I.E.E. 1955 p. 73
- (28) MIROUX J.
Actes 2èmes Jour. Int. de Cal. Ana. Strasbourg (1959) p. 412 Masson ed.
- (29) HAUG R. Etude et réalisation des servomécanismes d'une cuve rhéographique à tracés automatiques.
D.E.S. Nancy (1957)
- (30) HAUG J. Etude et réalisation d'amplificateurs d'isolement pour sonde de mesure dans une cuve rhéographique.
D.E.S. Nancy (1960)
- (31) Low frequency selective amplifiers.
Vacuum tubes amplifiers Mac Graw Hill ed. New-York
- (32) EINSTEIN P.A. Factors limiting the accuracy of the electrolytic plotting tank.
Brit. Jour. of Applied Phys. (1951) 2 p. 49-55

- (33) SANDER K.F. et YATES J.G. The accurate mapping of electric fields in an electrolytic tank.
Proc. I.E.E. Part II (1953) 100 N° 74 p. 167-76
- (34) SHIPLEY J.W. et GOODEVE C.F. The law of alternating current electrolysis and the electrolytic capacity of metallic electrodes.
Trans. of Amer. Electrochem. Soc. (1927) 52 p. 375-402
- (35) PLATT A. et NORBURRY J.F. Temperature inequalities in electrolytic tank.
Jour. Res. Aeronaut. Soc. (1958) 62 N° 570 p. 456
- (36) TRUXAL J.G. Automatic feedback control system synthesis
Mac Graw Hill ed. New-York (1955) p. 380-409
- (37) PANDELLE , de CAMBRAY et GRANCOIN Les transformateurs de coordonnées.
Onde électrique (1961) 12 N° 412-413 p. 628

DEUXIEME THESE

PROPOSITION DONNEE PAR LA FACULTE :

- Etude de la propagation des ondes centimétriques dans les diélectriques entourant les fils.

VU et APPROUVE

Nancy, le 14 Novembre 1960

Le DOYEN

signé : E. URION

VU et Permis d'Imprimer

Nancy, le 16 Novembre 1960

Le Recteur de l'Académie

Président du Conseil de l'Université

Signé : P. IMBS

